

題目：リング干渉計による 弾性波の光学的計測

喜多敏博

目次

1. 序論	1
2. 計測の原理	
2-1 リング干渉計による測定	2
2-2 高い周波数を測る工夫	5
3. 実験方法および測定系	
3-1 測定に用いる系	6
3-2 実際のAPD出力	7
3-3 $\cos \Delta \phi$ 、 $\Delta \theta_A$ 、 U の算出	9
3-4 補正（振幅、位相）	10
4. 測定結果と考察	
4-1 振動の一般論	13
4-2 円板状振動子と、その振動形態	14
4-3 実測の振動振幅にたいする考察	15
4-4 位相特性についての考察	17
4-5 表面弾性波の計測について	18
5. 結論	20

付録

A-1 圧電横効果と圧電縦効果の物理的な違い	1
A-2 圧電定数を算出する方法	2
A-3 サンプル上での振動振幅の空間的な分布	2

第 1 章 序論

レーザ光は、コヒーレンシ (coherency) の良い光である。コヒーレンシとは、日本語で『可干渉性』とも訳され、干渉の起こりやすさのことである。すなわち、レーザ光は干渉性に優れ、指向性が良い。このようなレーザ光の特徴を利用すると、さまざまな物理量を精度良く測定することが可能である。

レーザ光を用いる測定を行う場合、レーザ光を自由空間内で伝送して系を測定すると光軸合わせなど、めんどろな調整が必要となる。しかし、レーザ光の伝送路として、光ファイバを用いると、その必要はなくなり、系に対する外乱の影響も、格段に受けにくくなる。

本研究では、レーザ光を用いて、微小振動を測定する。レーザ光が、微小振動によってうけた何らかの変調を観測するには、レーザ光を干渉させればよい。光ファイバを用いると、比較的簡単にレーザ光を干渉させることができる。本研究で採用する干渉計は、リング干渉計と呼ばれる種類のものである。この方式は、他の干渉方式、例えばマイケルソン干渉計やマッハ・ツェンダ干渉計に比べて、温度変化によるファイバの伸縮の影響を原理的にうけないという特徴を持つ。

被測定対象としての振動は、圧電現象を利用して励振する。圧電現象とは、電気的なエネルギーが、機械的なエネルギーに変換されること（またはその逆方向の変換）で、圧電性を有する物質に交流電界をかけると、機械的な振動が生ずることになる。

レーザ光を用いた圧電振動の測定は、従来の純電氣的測定では測り得なかった振動の振幅なども求めることが可能である。これによって、圧電材料の評価、振動状態の評価を行うことができる。

本研究の測定原理は、文献 [2] に基づいたものであるが、算出過程などで新たな原理も取り入れた。

本論文では、第 2 章で測定の基礎的な原理を述べ、第 3 章で実際の測定、算出方法、測定系などについて述べ、第 4 章では、測定結果をふまえた振動の評価、考察を行う。

なお、本報告書には本文以外に付録があるが、付録においては、本文 4-3 の内容「実測の振動振幅にたいする考察」のさらに詳細な検討が行われる。

2-1 リング干渉計による測定

本章では、リング干渉計による測定の原理について述べる。

まず、概略を述べる。

被測定試料（ここでは圧電振動子）に駆動電圧を加え、振動を生じさせて、そこに光をあてる。あてる光はレーザ光をもちいる。被測定試料の表面で反射した光は、被測定試料の振動によって、位相変調という変化をうける。しかし、位相変調の信号は直接 観察することは困難である。そこでこれを、観測が容易な強度変調という変化に変換する必要がある。変換には、光の干渉を利用する。この強度変調の信号を観測すると、被測定試料の振動についての情報を得ることができる。光の強度を電気信号に変換する素子（フォト・ダイオードなど）をもちいれば、強度変調信号は電気信号として測定が可能である。これが測定原理のあらましである。

以下に詳しく述べる。

一般に、光波の電界ベクトル E は

$$E = A \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

A : 振幅（偏波の方向も含む） ω_c : 角周波数 ϕ_c : 位相

と表すことができる。光波を用いた測定は、これら振幅、角周波数、位相のいずれかの変化を観測することでおこなう。なお、光の強度は、光の電界の振幅の大きさの 2 乗に比例するので、強度変調を測定することは、すなわち $|A|^2$ を測定することになる。

計測用の光は、レーザ光（半導体レーザ；波長 $\lambda = 1.3 [\mu m]$ ）を使用する。レーザ光は、一般の自然放出光と違い、ほとんど完全に位相のそろっているコヒーレント光であり、干渉性に優れ、指向性もよい。このような性質は、微小な振動を計測するためのプローブ光として用いるのに極めて都合がよい。

光波を導いたり、干渉させたりするのは、光ファイバを用いる。光ファイバを用いると、自由空間で光を導波して測定をおこなうのに比べ、極めて簡単に、かつ外乱の影響をうけにくい状態で測定を行うことができる。（ただし、温度変化による影響は大きい。これについては、後で論ずる。）光波の位相に関する情報を伝送するのは、多モード光ファイバでは不可能であり、単一モード光ファイバでなければならない。よって、本研究では、単一モード光ファイバを用いる。

測定原理をあらわす概念図を Fig. 2-1 に示す。

振動を検出して測定するには、レーザ光を干渉させることが不可欠となるが、干渉させる方法として、Fig. 2-1 のようなリング干渉計を用いる。後で説明するように、この干渉方式では、干渉する2つのレーザ光は同じ光路を通して（通る向きは逆）干渉するので、温度変化によって生じるファイバの伸縮の影響をうけないという特徴がある。

方向性結合器とは、図のただし書きにもあるように、入ってきた光を進行方向へは二分するが、逆方向へは導かないものである。

遅延ループとは、光ファイバを円筒状の筒に巻きつけたものであり、光がこのループを通過するのに要する時間 T [sec] は、巻きつけてあるファイバの長さに応じて決まり

$$T = nL/c_0 \quad (2 \cdot 1)$$

n : 光ファイバの屈折率 (≈ 1.47)

L : 遅延ループの長さ

c_0 : 真空中の光速 ($\approx 3.0 \times 10^8$ [m/sec])

となる。

LD (レーザ・ダイオード : Laser Diode) からでたレーザ光は、光ファイバを通して、試料に対向したファイバの端面から空気中に放射され、レンズにより集光されて試料に達する。そして試料の表面で反射して、ふたたびおなじ端面に入射し、光ファイバを通り APD (アヴァランシ・フォトダイオード : Avalanche Photodiode) に入る。

このLDからAPDまでの光路は Fig. 2-2 (a) ~ (b) の4種類を考えることができる。ここでは、このうち (a), (b) のみについて考える。^{*} この2つの光路をたどるレーザ光が、遅延ループを通るのは

Fig. 2-2 (a) では、復路において、

Fig. 2-2 (b) では、往路において

である。このことより、光が試料表面に達する時刻は (b) のほうが T [sec] だけ遅れる。試料が振動している場合、 T [sec] のあいだに試料の表面が変位するので、(a) の光が光ファイバの端面と試料の表面とのあいだを往復する距離

(空气中) と、(b) の光のそれは異なる。その分だけ、(a) の光と (b) の光のあいだに光路差が生じることになる。光路差が生じること、その2つのレーザ光に位相差が生じること、を意味する。試料が正弦波的に振動するとき、位相差も正弦波的に変化する。すなわち、レーザ光に正弦波的な位相変調がかかる。

^{*}第3章3-1では Fig. 2-2 (c), (d) を通るレーザ光も含めて考える。

被測定試料の振動を

$$u(t) = U \cos(\omega_A t + \phi_A) \quad (2 \cdot 2)$$

U : 被測定試料の振動振幅 ω_A : 角周波数

ϕ_A : 試料に加える駆動電圧と、試料の振動との位相差

とする。(添え字の A は、音響振動 (Acoustic Vibration) に関する量であることを示す。) (a) のレーザ光に対する、(b) のレーザ光の位相差 $\Delta\theta$ は

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= 2k \{u(t+T) - u(t)\} \\ &= \Delta\theta_A \cdot \sin(\omega_A t + \phi'_A), \end{aligned} \quad (2 \cdot 3)$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} \Delta\theta_A \equiv 4kU \sin(\omega_A T/2) \\ \phi'_A \equiv \omega_A T/2 + \phi_A + \pi \end{cases} \quad (2 \cdot 4)$$

$k = 2\pi/\lambda$: 波数 T : 遅延ループでの遅延時間。

$\Delta\theta$ をもちいると (a), (b) を通るレーザ光の電界は、それぞれ

$$\begin{cases} \cos(\omega_c t + \phi_c) \\ \cos(\omega_c t + \phi_c + \Delta\theta + \Delta\phi) \end{cases} \quad (2 \cdot 5)$$

ω_c : レーザ光の角周波数

ϕ_c : レーザ光の初期位相 (試料への駆動電圧にたいする)

$\Delta\phi$: 振動による位相変調以外に起因する位相差

のように表すことができる。Fig. 2-2 (a) の光路長と、Fig. 2-2 (b) の光路長は、ほぼ同じであるので、この2つの光路を通るレーザ光は、コヒーレントに干渉する。干渉後のレーザ光の強度は

$$I_{ab}(t) = C I_{LD} [1 + \cos\{\Delta\theta_A \cdot \sin(\omega_A t + \phi'_A) + \Delta\phi\}] \quad (2 \cdot 6)$$

C : 比例定数 I_{LD} : 測定に用いるレーザ光の強度

のようになる。APDの出力からは $I_{ab}(t)$ に比例した電圧が得られる。

$I_{ab}(t)$ は、第1種ベッセル関数を用いると、フーリエ級数に展開でき、おのこの周波数 ($f_A = \omega_A/2\pi$ の整数倍) の振幅を求めることができる。

$$\begin{aligned} I_{ab}(t) &= C I_{LD} \{ 1 + J_0(\Delta\theta_A) \cdot \cos\Delta\phi \\ &\quad - 2J_1(\Delta\theta_A) \cdot \sin\Delta\phi \cdot \sin(\omega_A t + \phi'_A) \\ &\quad + 2J_2(\Delta\theta_A) \cdot \cos\Delta\phi \cdot \cos(2\omega_A t + 2\phi'_A) \\ &\quad - \dots \dots \dots \} , \end{aligned} \quad (2 \cdot 7)$$

J_i : i 次の第1種ベッセル関数。

また $x \ll 1$ のとき

$$J_0(x) \approx 1, \quad J_1(x) \approx x/2, \quad J_2(x) \approx x^2/8$$

なので $\Delta\theta_A \ll 1$ の場合

$$I_{ab}(t) = C I_{LD} \{ 1 + \cos\Delta\phi \\ - 2 \cdot \Delta\theta_A/2 \cdot \sin\Delta\phi \cdot \sin(\omega_A t + \phi'_A) \\ + 2 \cdot (\Delta\theta_A)^2/8 \cdot \cos\Delta\phi \cdot \cos(2\omega_A t + 2\phi'_A) \\ - \dots \} \quad (2 \cdot 8)$$

被測定試料の振動振幅 U が微小であるとき、(2・3) より $\Delta\theta_A \ll 1$ が成り立ち (2・8) の近似は適当なものである。

(2・8)、(2・4) より、角周波数 ω_A の振幅が $\Delta\theta_A$ に比例、すなわち U に比例することが分かる。

2-2 高い周波数を測定する工夫

(2・8) のなかに現れる ω_A (被測定試料の振動の角周波数) は値が大きくなると、その振幅の測定が困難になる。レーザ光の検出器である APD の周波数特性は、APD の負荷抵抗とキャパシタンスとによって決まる、RC 時定数で制限されるからである。さらに、APD の出力電圧を測定するのにロックインアンプを使用するが、本実験で使用するロックインアンプは、100 [kHz] 以上の周波数を測定することはできない。

そこで、LD を強度変調する。例えば、1 [MHz] の振動を測るとする。

(2・8) より、1 [MHz] の強度変調が生じるが、このとき LD を 0.95

[MHz] で強度変調すると、1 [MHz] の成分の一部が 0.95 [MHz] だけシフトされて、50 [kHz] と 1.95 [MHz] の成分が生じる (Fig. 2-3)。50 [kHz] はロックインアンプで測定が可能なので、これを測定すればよいことになる。

LD を強度変調することは (2・6) において

$$I_{LD} = I_{LD}(t) \\ = I_0 \{ 1 + \alpha \cos(\omega_L t + \phi_L) \} \quad (2 \cdot 9)$$

I_0 : 定数 α : 変調度 ω_L : 強度変調の角周波数

ϕ_L : 初期位相 (試料の駆動電圧を位相の基準とするため)

のように置き換えることに相当する。このことから $I_{ab}(t)$ は

$$I_{ab}(t) \\ = C I_0 \alpha [(1 + \cos\Delta\phi) \cdot \cos(\omega_L t + \phi_L) \\ - \Delta\theta_A/2 \cdot \sin\Delta\phi \cdot \sin\{(\omega_A - \omega_L)t + \phi'_A - \phi_L\} \\ + (\Delta\theta_A)^2/8 \cdot \cos\Delta\phi \cdot \cos\{(2\omega_A - \omega_L)t + 2\phi'_A - \phi_L\} \\ - \dots] \quad (2 \cdot 10)$$

となる。

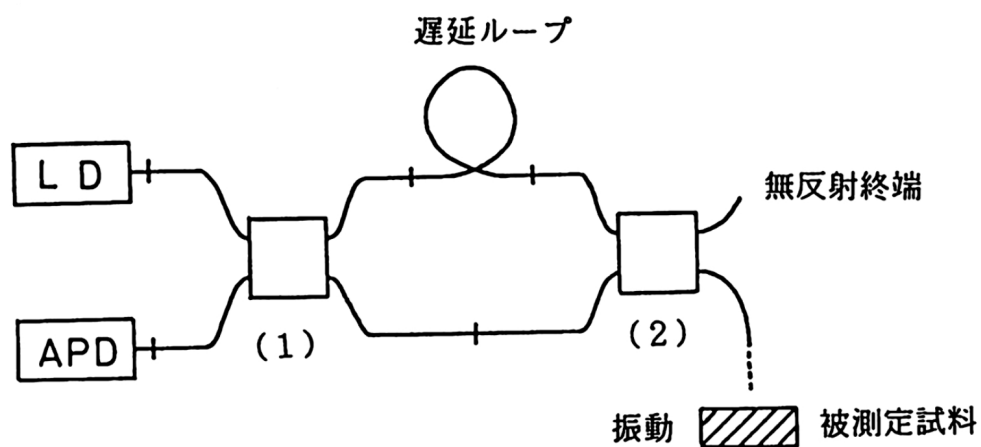


Fig. 2-1 測定原理を表す概念図

ただし 細線 ——— : 光ファイバ

—+— : 光ファイバの接続部分 (FC型コネクタによる)

LD : レーザ・ダイオード (Laser Diode)

APD : アヴァランシ・フォトダイオード

(Avalanche Photodiode)

 : 方向性結合器 ((1), (2))

である。

なお方向性結合器とは、入ってくる光波にたいして



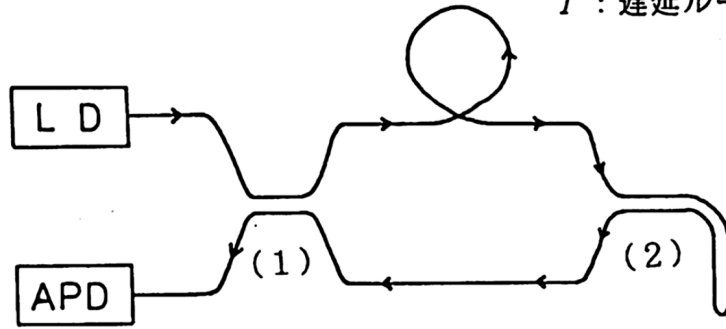
のような通り方は許すが、



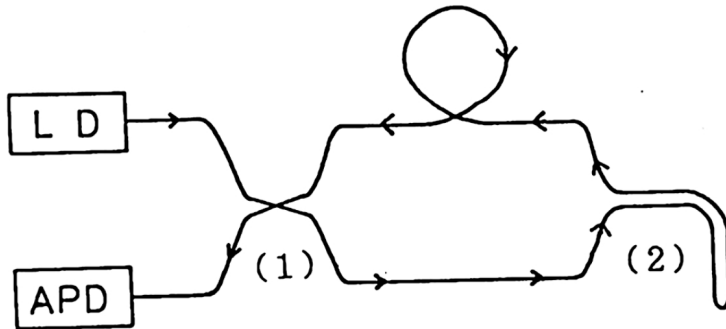
のような通り方は許さない

ものである。

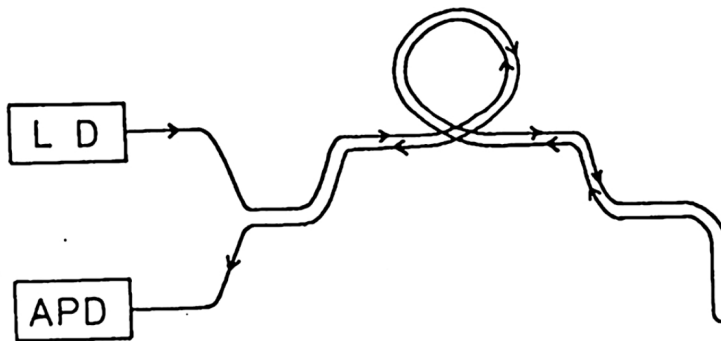
T : 遅延ループでの遅延時間



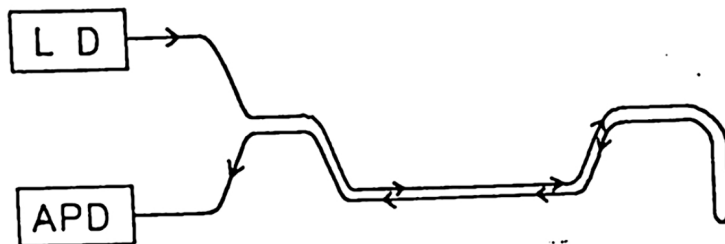
(a) 復路で遅延ループを通る場合の光路



(b) 往路で遅延ループを通る場合の光路

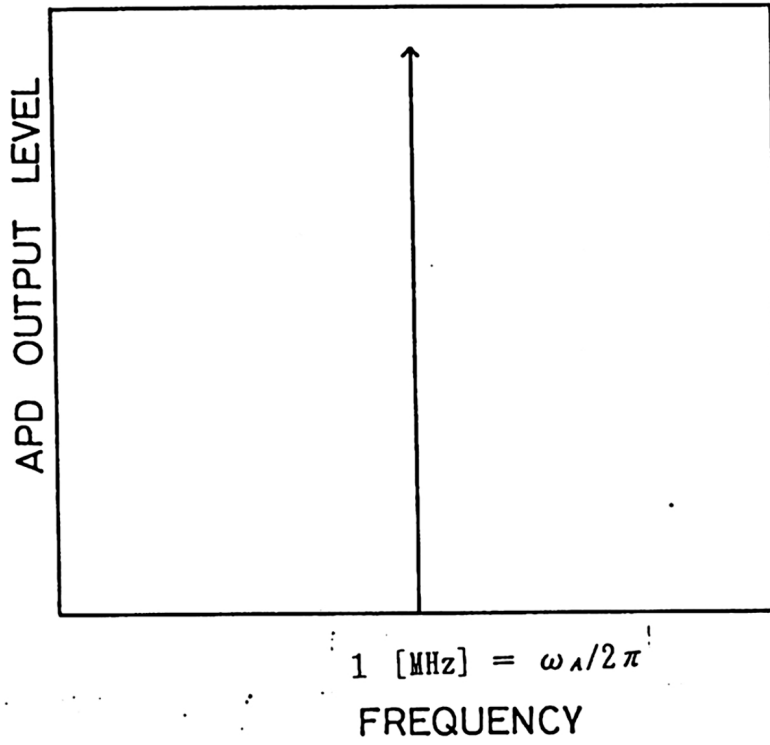


(c) 往路、復路ともに遅延ループを通る場合の光路

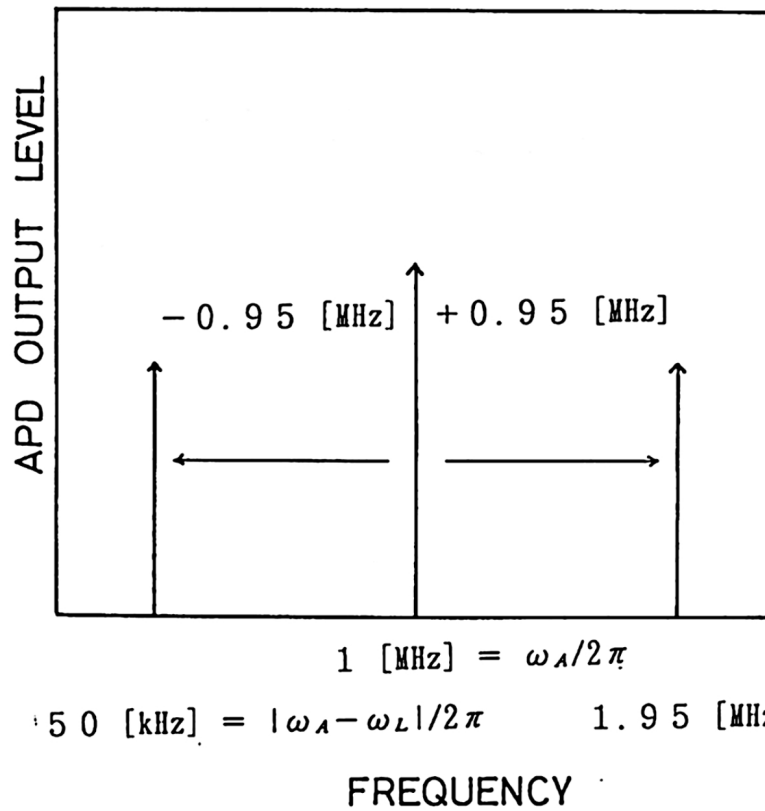


(d) 往路、復路ともに遅延ループを通らない場合の光路

Fig. 2-2 4種類の、レーザ光の光路



(a) LDが無変調の時



(b) LDを0.95 [MHz] で強度変調した時

Fig. 2-3 強度変調をかけた時の周波数シフトの効果

第 3 章 実験方法および測定系

3-1 測定に用いる系

実際に測定に用いる系を Fig. 3-1 に示す。以下、測定系の各要素について述べる。

ロックインアンプは、微弱な電圧を測定するための交流電圧計である。ロックインアンプの参照入力に交流信号を入れると、その信号の周波数と同じ周波数について、振幅電圧と、位相（参照入力信号が基準）を測ることができる。（詳しくは、3-7 参照。）

2-2 で述べた LD の強度変調は周波数 f_L （角周波数 ω_L ）で、また、試料の振動の駆動は周波数 f_A （角周波数 ω_A ）で行うとする。後で 3-3 で述べるように、試料の振動振幅 U を算出するためには、(3-11) に現れている、周波数が f_L 、 $|f_A - f_L|$ 、 $|2f_A - f_L|$ の 3 成分を測らなくてはならない。すなわち周波数 f_L 、 $|f_A - f_L|$ 、 $|2f_A - f_L|$ の信号を、ロックインアンプの参照入力に入れる必要がある。 f_L は、直接入れればよいが、残りの 2 つは電氣的に作り出すことになる。

それには、周波数ミキサを用いる。周波数ミキサとは、電氣的に 2 つの交流信号の掛け算を行うものである。その出力には、入力した 2 つの周波数の和と差が現れる。周波数ミキサに、周波数 f_A と周波数 f_L の信号を入力すると、出力には $|f_A + f_L|$ と $|f_A - f_L|$ の信号が現れる。 $|f_A + f_L|$ の信号は低域通過フィルタに通すことで除去すると、 $|f_A - f_L|$ の信号を得ることができる。

また、 $|2f_A - f_L|$ の信号を得るためには、まず $2f_A$ の信号を作る必要がある。これには周波数ダブラを用いる。周波数ダブラとは、周波数を 2 倍にする働きをもつもので、周波数ミキサの 2 つの入力を共通にすることで構成できる。すなわち、周波数ミキサが出力する和成分として、2 倍周波数が得られる。これにより f_A が $2f_A$ になり、 $2f_A$ の信号と f_L の信号から、先程と同様に $|2f_A - f_L|$ の信号を得る。本実験では周波数ミキサは、R & K 社製ダブル・バランス・ミキサ (DBM) M5 を用いる。M5 の特性を Table 3-1 に示す。

レーザ光の光源は、レーザ・ダイオード (NEC OD-8326) を用いた。この LD の中心波長、スペクトル幅を Table 3-2 に示す。このスペクトル幅 $\Delta\lambda$ からコヒーレンス長 l を求めると、

$$l \approx \lambda_0^2 / \Delta\lambda > 0.34 \text{ [mm]}. \quad (3-1)$$

受光器はアヴァランシ・フォトダイオード (APD; アンリツ社製 MZ118A + MH923A) を用いた。APD は入ってきた光の強度に比例した電圧を出力する、光電変換器である。この出力をロックインアンプに入力し、測定する。本実験で用いる APD の周波数特性を Fig. 3-2 に示す。

被測定試料に対向するファイバの端面からでたレーザ光は、レンズで集光され、被測定試料の表面に当てられる。表面で反射したレーザ光が、再び光ファイバの端面に戻るよう、焦点および光軸を合わせる。レンズと被測定試料との距離、およびレーザ光と被測定試料の表面とが成す角度は、制御できるようになっているので、これにより焦点および光軸を合わせることができる。さらに、被測定試料はX-Yステージ上にあるので、空間的に位置を移動できる。このため、レーザ光を当てる点を移動させつつ、試料を測定することが可能である。

3-2 実際のAPD出力

2章では Fig. 2-2 の (a), (b) を通るレーザ光だけを考えた。しかし、実際は同図の (c), (d) を通るレーザ光による信号も、APDの出力となって現れる。ここでは、その分も考慮する。

Fig. 2-2 (a) ~ (d) を通る4つのレーザ光は、方向性結合器を通る回数はどれも同じである。方向性結合器が、どこから入るレーザ光に対しても1:1の分配比で枝別れさせるなら、4光がAPDにはいるときの強度は同じになる。しかし実際は、分配比は1:1からずれているので、4光の強度は異なる。

また、遅延ループがあるため、4光がLDから出て、APDに到達するまでの時間は異なる。(d)の光が到達する時刻を基準にして0とすると、(c)は時刻 $2T$ 、(a)と(b)は時刻 T に到達する。このため、(a) ~ (d) を通るレーザ光による4つの強度変調信号(角周波数: ω_L)は、 $\omega_L T$ または $2\omega_L T$ の位相差をもって重なり合う(Fig. 3-3)。 ω_L の値によって、強度変調信号は強めあったり弱めあったりする。(この現象は、レーザ光のコヒーレントな干渉とは、全く別のものである。)以下、このような、角周波数 ω_L の信号の振幅について考察を行う。

いま、 $x = a, b, c, d$ に対して

$I_x(t)$: (x)の経路を通るレーザ光がAPDに入る時の強度とすると、レーザ光を(2・9)のように強度変調することから

$$I_a(t) = A_a \{1 + \alpha \cos(\omega_L t + \omega_L T + \phi_L)\} \quad (3 \cdot 2)$$

$$I_b(t) = A_b \{1 + \alpha \cos(\omega_L t + \omega_L T + \phi_L)\} \quad (3 \cdot 3)$$

$$I_c(t) = A_c \{1 + \alpha \cos(\omega_L t + 2\omega_L T + \phi_L)\} \quad (3 \cdot 4)$$

$$I_d(t) = A_d \{1 + \alpha \cos(\omega_L t + \phi_L)\} \quad (3 \cdot 5)$$

A_x : 強度変調をかけない時のレーザ光の強度

と表すことができる。なお、(d)の光がLDからAPD間で行くのに要する時間(本研究に用いる系では T の1/50程度)は無視した。

これらのうち、 I_a と I_b は2章で述べたようにコヒーレントに干渉する。この2

つ以外はどの二つを取ってみても、光路差がレーザ光のコヒーレンス長より大きいので、干渉は起こらず、結果は、単純な和（電力の和）としての寄与をするのみである。となる。これをふまえると、APDに入るレーザ光の、全体としての強度は

$$I(t) = I_a + I_b + 2\gamma\sqrt{I_a I_b} \cdot \cos(\Delta\theta + \Delta\phi) + I_c + I_d, \quad (3 \cdot 6)$$

γ : コヒーレンス度 ($0 \leq \gamma \leq 1$)。

今の場合 $\gamma \approx 1$ としてよい。なお $\Delta\theta + \Delta\phi$ は、(a), (b) の光の電界の位相差である。(2・5) 参照) $I(t)$ の周波数成分のうち、角周波数が ω_L のものだけ考えると、

$$\begin{aligned} I_{\omega_L}(t) &= \alpha \{ A_c \cos(\omega_L t + 2\omega_L T + \phi_L) + A_d \cos(\omega_L t + \phi_L) \\ &\quad + (A_a + A_b + 2\sqrt{A_a A_b} \cdot \cos \Delta\phi \cdot J_0(\Delta\theta_A)) \cdot \cos(\omega_L t + \omega_L T + \phi_L) \} \\ &= (C I_0 \alpha / 2) \\ &\quad \cdot \{ (A_{ab} \cdot \cos \omega_L T + A_c \cdot \cos 2\omega_L T + A_d)^2 / A_a A_b \\ &\quad \quad + (A_{ab} \cdot \sin \omega_L T + A_c \cdot \sin 2\omega_L T)^2 / A_a A_b \}^{1/2} \\ &\quad \cdot \cos(\omega_L t + \theta_L) \end{aligned} \quad (3 \cdot 7)$$

ただし $A_{ab} \equiv A_a + A_b + 2\sqrt{A_a A_b} \cdot \cos \Delta\phi$

θ_L : 位相項 (重要なものでない)

$C I_0 = 2\sqrt{A_a A_b}$ ((2・10) と比較することによる)

となる。ここで、 $J_0(\Delta\theta_A) \approx 1$ ($\Delta\theta_A \ll 1$) を用いた。また、 θ_L は A_{ab} 、 A_c 、 A_d 、 $\omega_L T$ 、および ϕ_L を含む量で、今の場合、重要ではない。

4 光の強度比を実際に測定したところ、

$$A_a : A_b : A_c : A_d = 19.3 : 88.0 : 82.8 : 20.6 \quad (3 \cdot 8)$$

であったので、(3・7) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} I_{\omega_L}(t) &= C I_0 \alpha \{ \cos^2 \Delta\phi + (2.5090 \cos \omega_L T + 2.6036) \cos \Delta\phi \\ &\quad + 1.0043 \cos^2 \omega_L T + 3.2662 \cos \omega_L T + 2.2641 \}^{1/2} \\ &\quad \cdot \cos(\omega_L t + \theta_L) \end{aligned} \quad (3 \cdot 9)$$

本研究では、常に $\omega_L = 50 \text{ [kHz]} \cdot 2\pi$ に設定し、また T は遅延ループ長 (145 [m]、195 [m]) できまり、0.7105 [μsec]、0.9555 [μsec] の 2 種類しかない。よって、 $\cos \omega_L T$ は 0.9553、0.9752 のどちらかである。この条件下での $I_{\omega_L}(t)$ の振幅の理論値を Fig. 3-4 に示す。同図の横軸の変数は $\cos \Delta\phi$ である。 $\cos \omega_L T$ が 0.9553、0.9752 のいずれでも Fig. 3-4 のように、 $\cos \Delta\phi$ について、ほぼ直線的に変化するので、(3・9) は

$$I_{\omega_L}(t) = C I_0 \alpha (\cos \Delta\phi + 1.10 \cos \omega_L T + 1.46) \cdot \cos(\omega_L t + \theta_L) \quad (3 \cdot 10)$$

と近似できる。近似したことによる誤差は、0.1%~1%である。

また、 ω_L を変化させた時の $I_{\omega_L}(t)$ の振幅の理論値を Fig. 3-5に示す。同図の横軸の変数は、 $\cos \omega_L T$ である。これより、 ω_L を変化させてゆく時、強度変調信号である $I_{\omega_L}(t)$ の振幅は、正弦波に類似した変化を示すはずである。

($\cos \Delta \phi$ は一定とする。) 実際に強度変調をかけ、 ω_L と強度変調信号の振幅との関係を測定した結果を Fig. 3-6に示す。(横軸： $f_L = \omega_L/2\pi$)

角周波数が ω_L の成分 $I_{\omega_L}(t)$ に加え、 $|\omega_A - \omega_L|$ 成分、 $|2\omega_A - \omega_L|$ 成分もあわせて記すと、APDの出力電圧 $v(t)$ は、 $I(t)$ に比例し

$$\begin{aligned} v(t) &= C' I_0 \alpha [(1.46 + 1.10 \cos \omega_L T + \cos \Delta \phi) \cdot \cos(\omega_L t + \theta_L) \\ &\quad + \Delta \theta_A / 2 \cdot \sin \Delta \phi \cdot \cos \{ (\omega_A - \omega_L) t + \phi'_A - \phi_L - \omega_L T + \pi/2 \} \\ &\quad + (\Delta \theta_A)^2 / 8 \cdot \cos \Delta \phi \cdot \cos \{ (2\omega_A - \omega_L) t + 2\phi'_A - \phi_L - \omega_L T \} \\ &\quad + \dots] \end{aligned} \quad (3 \cdot 11)$$

C' : 比例定数

となる。ここで、各々の周波数成分の位相について(2・9)と(3・2)、(3・3)との違いを考慮してある。また、すべてコサインに統一して表記した。

この(3・11)と、(2・8)、(2・10)の違いに注意する必要がある。本研究では、(3・11)の第1項(ω_L 成分)、第2項($\omega_A - \omega_L$ 成分)、第3項($2\omega_A - \omega_L$ 成分)の振幅および位相を測定する。

3-3 $\cos \Delta \phi$ 、 $\Delta \theta_A$ 、 U の算出

(3・11)において、角周波数 ω_L 、 $|\omega_A - \omega_L|$ 、 $|2\omega_A - \omega_L|$ の信号の振幅を K_0 、 K_1 、 K_2 とおく、すなわち

$$\begin{aligned} K_0 &\equiv |C' I_0 \alpha (C_{\omega_L} + \cos \Delta \phi)| \\ K_1 &\equiv |C' I_0 \alpha \Delta \theta_A / 2 \cdot \sin \Delta \phi| \\ K_2 &\equiv |C' I_0 \alpha (\Delta \theta_A)^2 / 8 \cdot \cos \Delta \phi| \end{aligned} \quad (3 \cdot 12)$$

ただし $C_{\omega_L} \equiv 1.46 + 1.10 \cos \omega_L T$

とする。 K_0 、 K_1 、 K_2 は、APDの出力をロックインアンプで測定すると得られる。 K_1/K_0 、 K_2/K_1 のように各々の比をとることにより C' 、 I_0 、 α の影響を打ち消した後、 $\cos \Delta \phi$ について解くと

i) $\cos \Delta \phi > 0$ の時、

$$\cos \Delta \phi = \frac{-C_{\omega_L} K_1^2 + \sqrt{C_{\omega_L}^2 K_1^4 + 8 K_0 K_2 (K_1^2 + 2 K_0 K_2)}}{2 (K_1^2 + 2 K_0 K_2)} \quad (3 \cdot 13)$$

ii) $\cos \Delta \phi < 0$ の時、

$$\cos \Delta \phi = \frac{-C_{\omega L} K_1^2 + \sqrt{C_{\omega L}^2 K_1^4 - 8 K_0 K_2 (K_1^2 - 2 K_0 K_2)}}{2 (K_1^2 - 2 K_0 K_2)} \quad (3 \cdot 14)$$

また、 $\cos \Delta \phi$ 、 $\sin \Delta \phi$ を用いて $\Delta \theta_A$ を求めると

$$|\Delta \theta_A| = \frac{2 (C_{\omega L} + \cos \Delta \phi)}{|\sin \Delta \phi|} \cdot \frac{K_1}{K_0} \quad (3 \cdot 15)$$

であり、符号については、(2・4)より

$$\Delta \theta_A = \begin{cases} |\Delta \theta_A| & \sin(\omega_A T/2) \geq 0 \text{ の時} \\ -|\Delta \theta_A| & \sin(\omega_A T/2) < 0 \text{ の時} \end{cases} \quad (3 \cdot 16)$$

となる。(2・4)より、試料の振動振幅 U は

$$U = \frac{\Delta \theta_A}{4 k \sin(\omega_A T/2)} \quad (3 \cdot 17)$$

により求まる。 $\Delta \phi$ が第1象限または第4象限にあるときと、第2象限または第3象限にあるときとで、計算式が異なることに、注意する必要がある。実際には、 $\Delta \phi$ は零に近く、したがって $\cos \Delta \phi > 0$ としてよい。

3-4 補正 (振幅、位相)

この節では、測定値の補正について述べる。補正は、振幅、位相について行う。

まず、振幅の補正について述べる。補正を要するのは、LDの強度変調の変調度 α である。3-3では、 α は定数として扱ったが、実際は、変調用の発信器の出力を一定に保っても、変調度 α は周波数によって変わる。

変調度 α の周波数特性を Fig. 3-7 (a) ~ (b) に示す。周波数範囲は、(a) : 0 ~ 0.6 [MHz]、(b) : 0 ~ 10 [MHz]、(c) : 0 ~ 40 [MHz]とした。これを用いて、強度変調をかける周波数によって補正を行う。

次に、位相について述べる。(3・13)、(3・14)に示したように $\cos \Delta \phi$ の値を算出する際、 $\cos \Delta \phi$ の値が正の時と負の時で、用いる式が異なるので、 $\cos \Delta \phi$ の正負を決定する必要がある。実験では、信号の位相も測定するので、これを利用して、 $\cos \Delta \phi$ の正負を決定することができる。ここでは、ロックインアンプが実際に表示する位相の値を表す式を示す。また、これを用いて、 $\cos \Delta \phi$ の正負を決定する方法についても述べる。

信号の位相の値は、ロックインアンプで読み取ることができる。しかし、位相の変化は、信号がロックインアンプに入る以前に、電気系統の回路の中などでも生じるので、読み取った値は、(3・11)に示した位相とは異なる。

本研究では、実際の測定において、つねに

$$|\omega_A - \omega_L| = |2\omega_A - \omega_L| = 50 \text{ [kHz]} \cdot 2\pi \quad (3 \cdot 18)$$

となるようにする。このことから、 ω_A 、 ω_L の信号が通る電気系統では、 ω_A 、 ω_L の周波数に依存する位相差が生じ、 $|\omega_A - \omega_L|$ 、 $|2\omega_A - \omega_L|$ の信号が通る電気系統では ω_A 、 ω_L に依存しない位相差が生じることになる。位相のずれが生じる部分を Fig. 3-8 に示す。図に示したように

$\phi_{LD}(\omega_L)$: LDに加える強度変調の信号と、LDの出力光の信号との位相差

$\phi_E^A(\omega_A)$: ω_A の信号が通る電気的経路で生じる位相差

$\phi_E^L(\omega_L)$: ω_L の信号が通る電気的経路で生じる位相差

ϕ_{APD} : APDの特性に起因する位相差

ϕ_{FLT} : 周波数ミキサのあとのフィルタ回路で生じる位相差。

これらの位相差のうち、周波数に依存するものは、 $\phi_{LD}(\omega_L)$ 、 $\phi_E^A(\omega_A)$ 、 $\phi_E^L(\omega_L)$ であり、周波数に依存しないものは、 ϕ_{APD} 、 ϕ_{FLT} である。

Fig. 3-9 (a)~(c) に、それぞれ $\phi_{LD}(\omega_L)$ 、 $\phi_E^A(\omega_A)$ 、 $\phi_E^L(\omega_L)$ の周波数特性を示す。また、(3・18) の条件のもとで

$$\phi_{APD} = 0.541 \text{ [rad]}, \quad \phi_{FLT} = -2.39 \text{ [rad]} \quad (3 \cdot 19)$$

と実測された。Fig. 3-8 と、(3・11) より、角周波数 $|\omega_A - \omega_L|$ の信号の位相(ロックインアンプの表示)は

$$\omega_A > \omega_L \text{ の時} \quad \phi_A + P_{sin} + \phi_\omega(\omega_A, \omega_L) + \phi_k - \pi/2 \quad (3 \cdot 20a)$$

$$\omega_A < \omega_L \text{ の時} \quad -\phi_A + P_{sin} - \phi_\omega(\omega_A, \omega_L) + \phi_k + \pi/2 \quad (3 \cdot 20b)$$

であり、同様に、角周波数 $|2\omega_A - \omega_L'|$ については

$$2\omega_A > \omega_L' \text{ の時} \quad 2\phi_A + P_{cos} + \phi_{\omega'}(\omega_A, \omega_L') + \phi_k (\equiv \theta_1) \quad (3 \cdot 21a)$$

$$2\omega_A < \omega_L' \text{ の時} \quad -2\phi_A + P_{cos} - \phi_{\omega'}(\omega_A, \omega_L') + \phi_k (\equiv \theta_2) \quad (3 \cdot 21b)$$

$$\text{ただし} \quad P_{sin} = \begin{cases} 0 & (\Delta\theta_A \cdot \sin\Delta\phi > 0) \\ \pm\pi & (\Delta\theta_A \cdot \sin\Delta\phi < 0) \end{cases} \quad (3 \cdot 22)$$

$$P_{cos} = \begin{cases} 0 & (\cos\Delta\phi > 0) \\ \pm\pi & (\cos\Delta\phi < 0) \end{cases} \quad (3 \cdot 23)$$

$$\begin{cases} \phi_\omega(\omega_A, \omega_L) \equiv -(\omega_A/2 - \omega_L)T - \phi_{LD}(\omega_L) - \phi_E^A(\omega_A) + \phi_E^L(\omega_L) \\ \phi_{\omega'}(\omega_A, \omega_L) \equiv (\omega_A - \omega_L)T + \phi_{LD}(\omega_L) - \phi_E^A(\omega_A) + \phi_E^L(\omega_L) \\ \phi_k \equiv \phi_{APD} - \phi_{FLT} \end{cases} \quad (3 \cdot 24)$$

と定めるものとする。なお、 ϕ_A は、試料の駆動電圧とその振動との位相差であり、(2・2)において示したものである。

これらの位相の値から $\cos \Delta \phi$ の正負を判断するには、(3・21)に含まれる P_{cos} の値を求め、(3・23)を用いればよい。たとえば(3・21b)の場合、

$$P_{cos} = \theta_2 - 2\phi_A - \phi_{\omega'}(\omega_A, \omega_{L'}) - \phi_k \quad (3 \cdot 25)$$

θ_2 : 読み取った、角周波数 $|2\omega_A - \omega_{L'}|$ の信号の位相で求められる。この値が0の場合 $\cos \Delta \phi > 0$ 、 $\pm \pi$ の場合 $\cos \Delta \phi < 0$ と判断できることになる。

なお(3・24)において、 ϕ_A のみが実測できない。しかし、後で4-1で示すように、振動が共振状態にあるときは $\phi_A \approx \pi/2$ となる。よって ω_A を共振周波数に設定すれば、 $\phi_A \approx \pi/2$ と置くことができ、 P_{cos} が求められる。

また逆に、 $\Delta \phi$ が十分小さく、 $\cos \Delta \phi$ が正であると仮定することができれば、 $P_{cos} = 0$ としてよい。このとき、(3・21a)と(3・21b)の和をとれば

$$\theta_1 + \theta_2 = 2\phi_k \quad (3 \cdot 26)$$

となる。これを用いると、実測によらなくても ϕ_k の値が求まる。(ただし、(3・26)を用いて ϕ_k をもとめると、2で割るという過程があるため、 $n\pi$ (n は整数)の不確定性が残る。)

なお、以上の議論では、周波数ミキサ(DBM)でのミキシングの過程で生じる位相差については、全く検討をしていないので注意を要する。

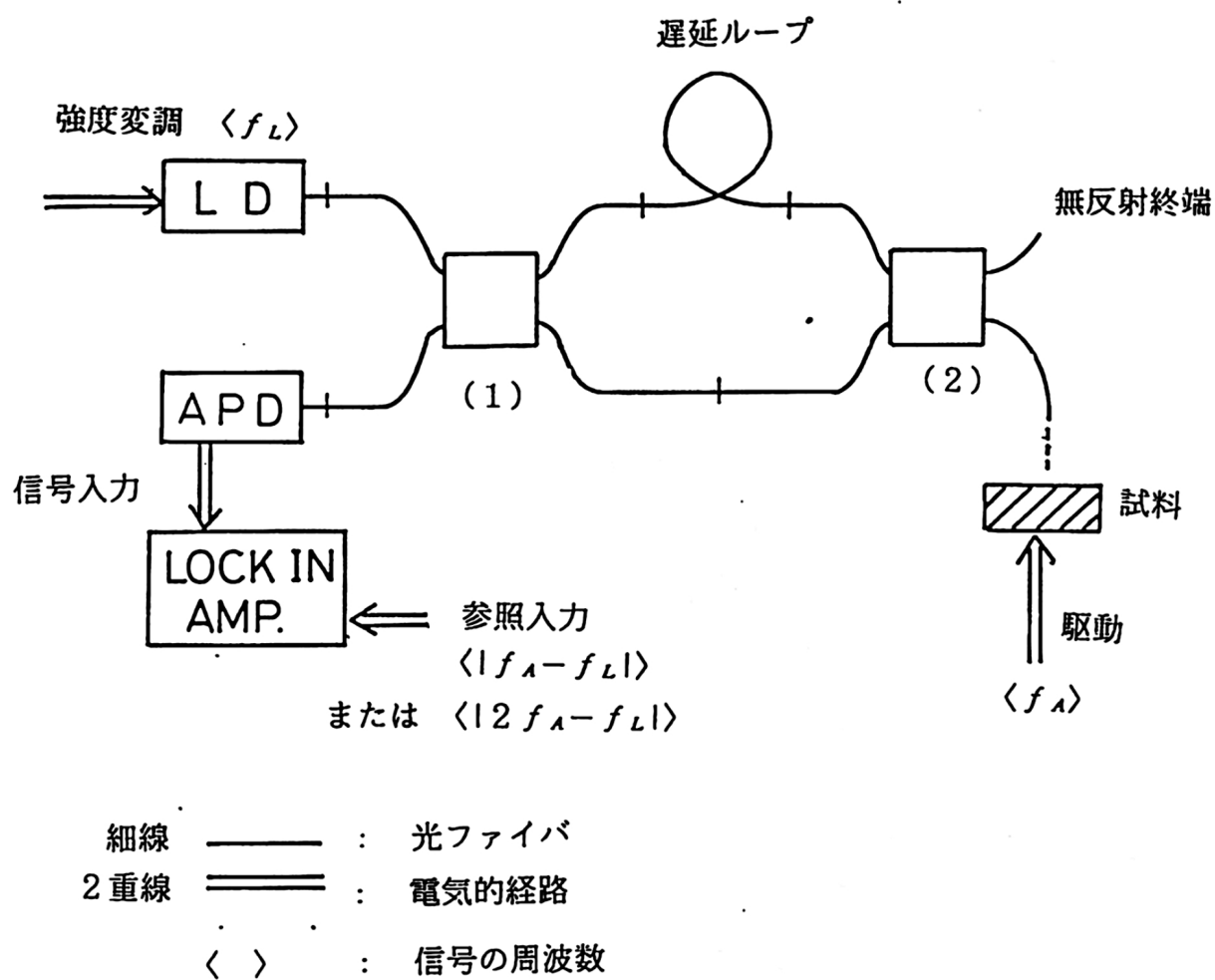


Fig. 3 - 1 実際の測定系

Table 3-1 DBM (R&K社; M5の特性)

RF, LO		入力端子	IF		出力端子
周波数帯域	{	RF, LO	0.1~500 [MHz]		
		IF	DC~500 [MHz]		
変換損失		5.2 [dB]		・	
アイソレーション	{	LO-IF間	35 [dB]		
		LO-RF間	40 [dB]		
RF, LOの各入力レベルは、50 [mA], 20 [mW] まで。					

Table 3-2 レーザ・ダイオード (NEC OD-8326) の特性

中心波長 $\lambda_0 = 1301.7$ [nm]
 スペクトル幅 $\Delta\lambda < 5$ [nm]

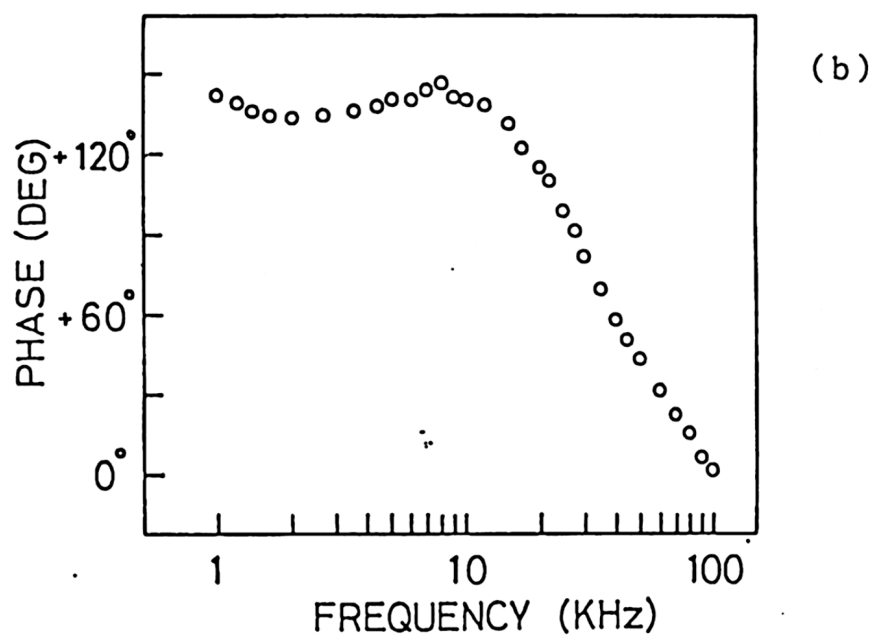
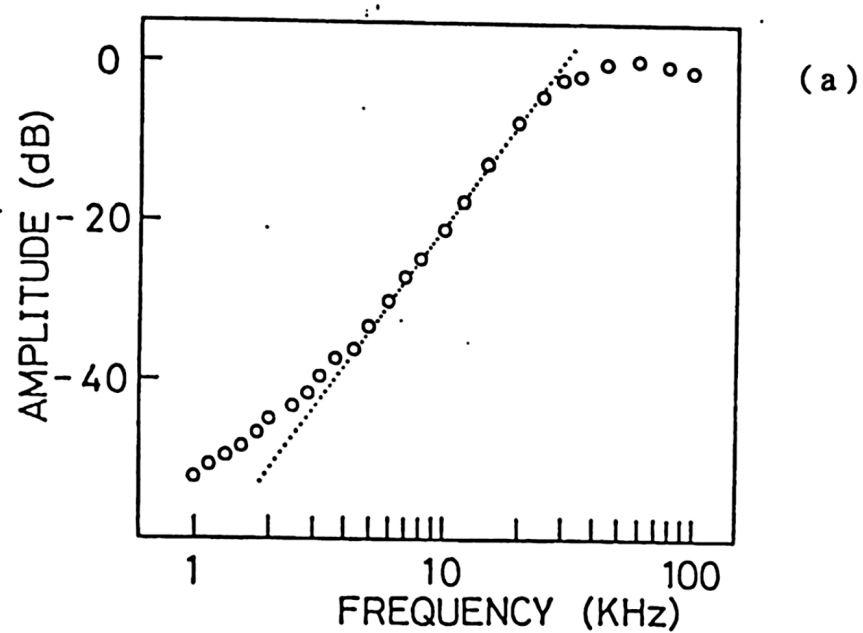


Fig. 3 - 2 本研究に用いるAPDの低周波特性

(a) : 振幅特性 (b) : 位相特性

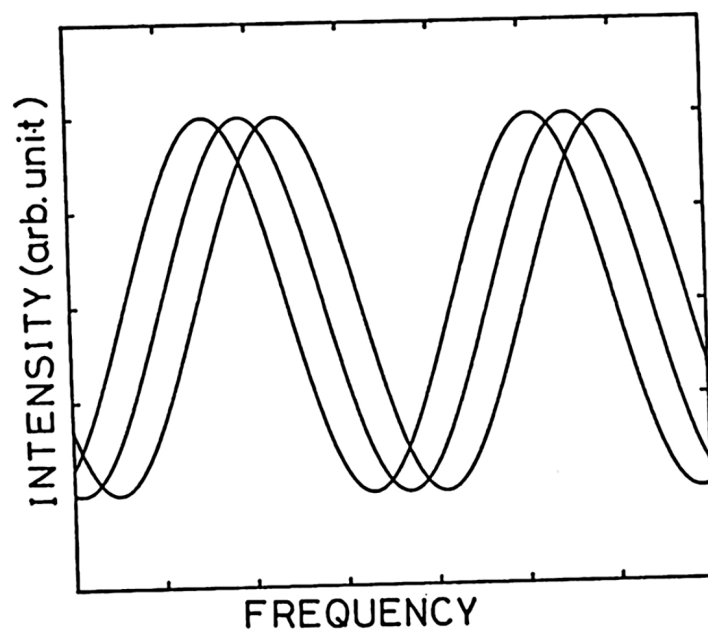


Fig. 3 - 3 位相差をもって重なり合う強度変調信号

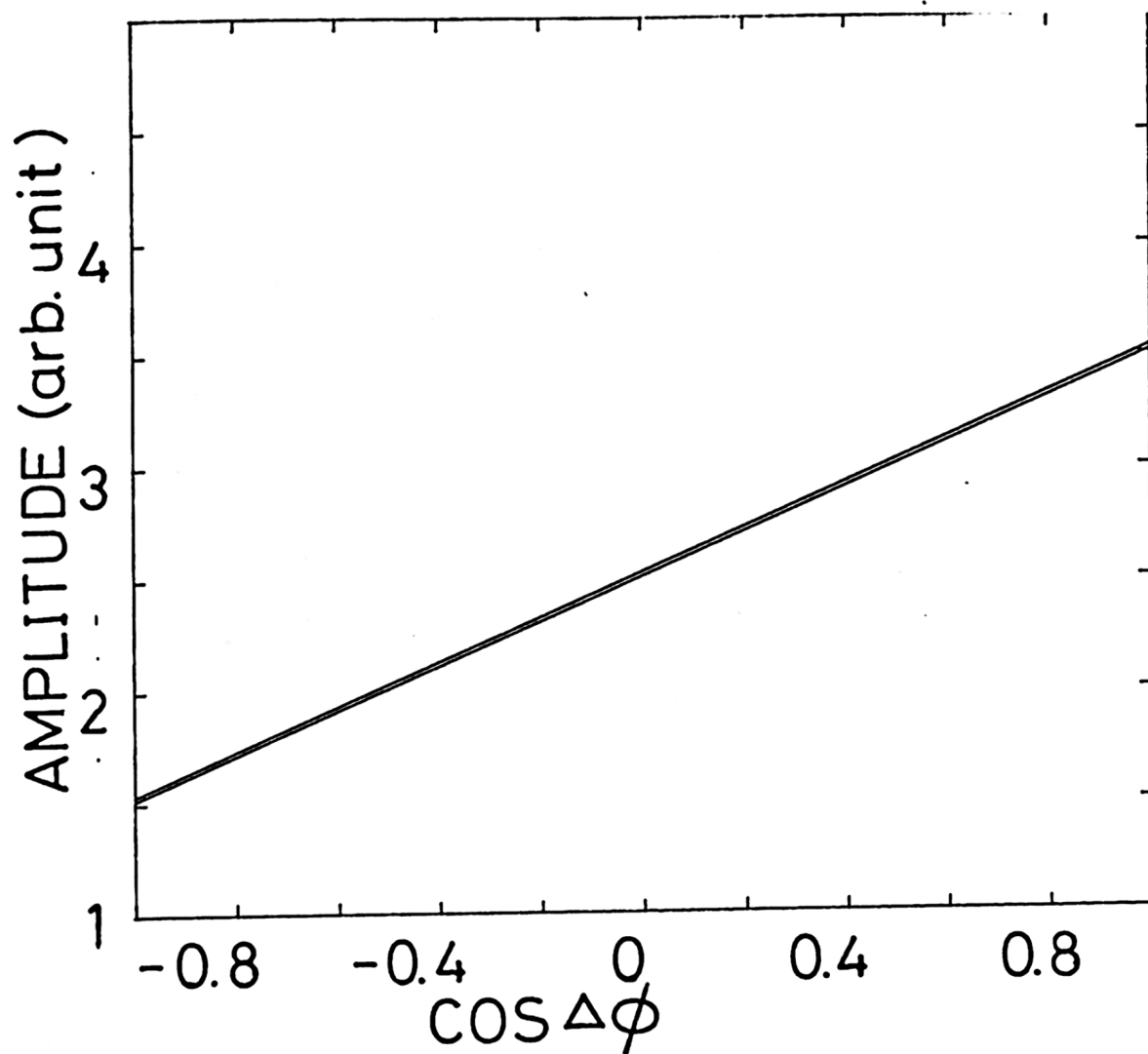


Fig. 3 - 4 2種の $\cos \omega_L T$ の値に対する、 $I_{\omega_L}(t)$ の振幅(理論値)

(上: $\cos \omega_L T = 0.97519$ 、 下: $\cos \omega_L T = 0.95528$)

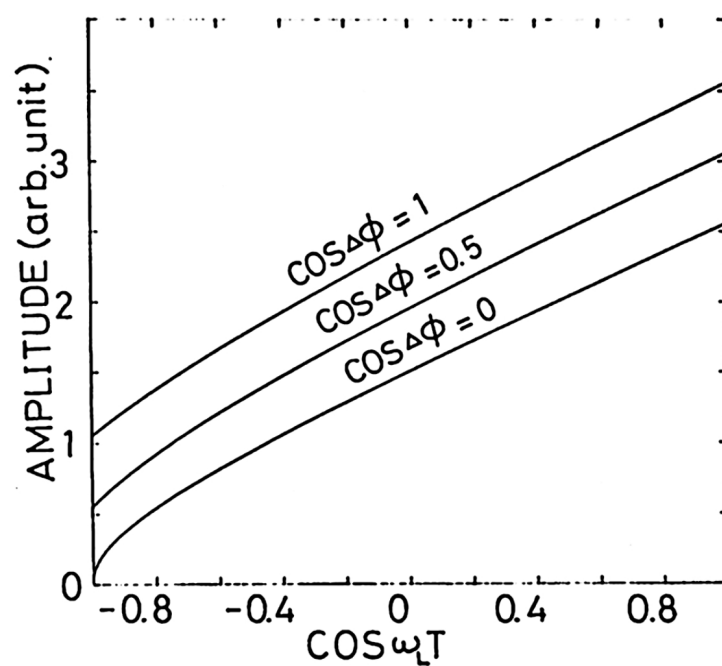


Fig. 3 - 5 ω_L を変化させた時の $I_{\omega_L}(t)$ の振幅 (理論値)

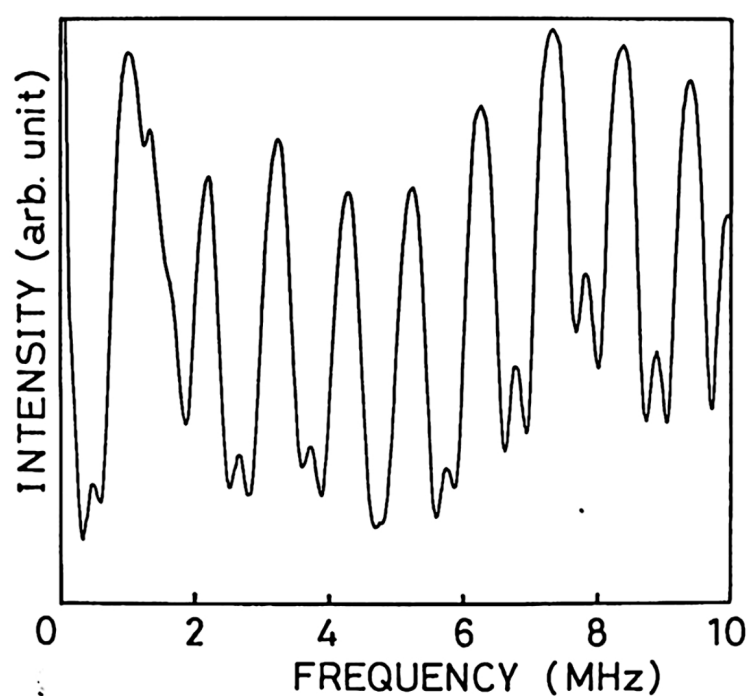


Fig. 3 - 6 角周波数 ω_L と A P D に入る ω_L の信号の強度との関係

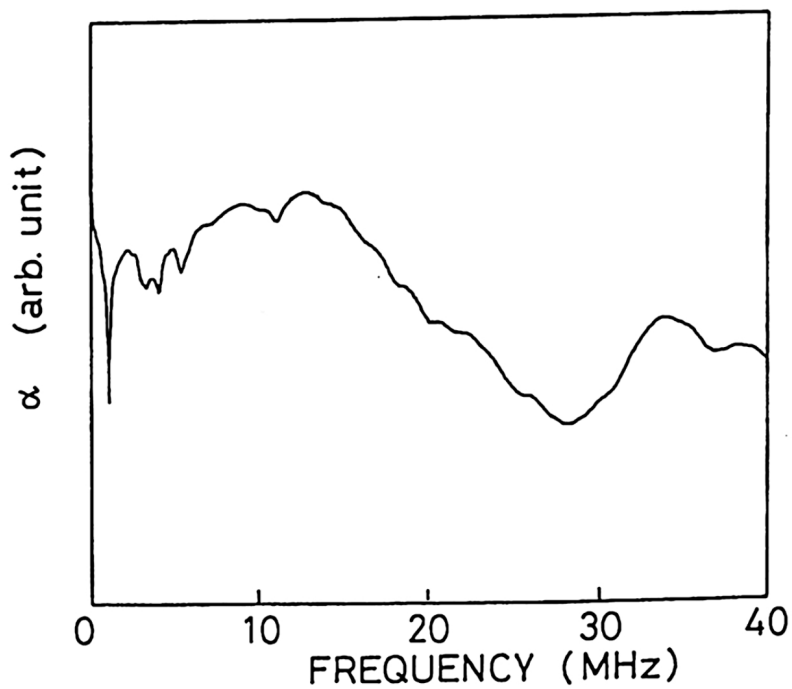
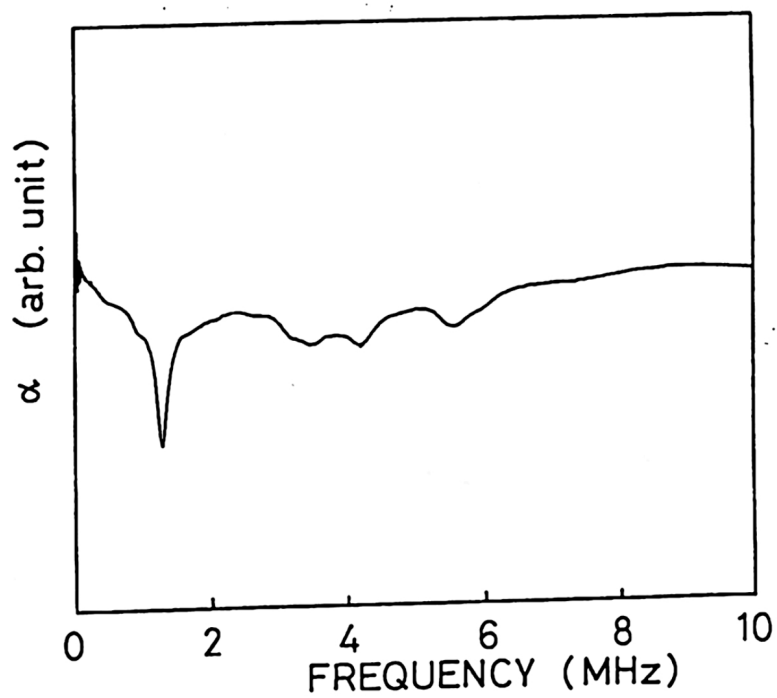
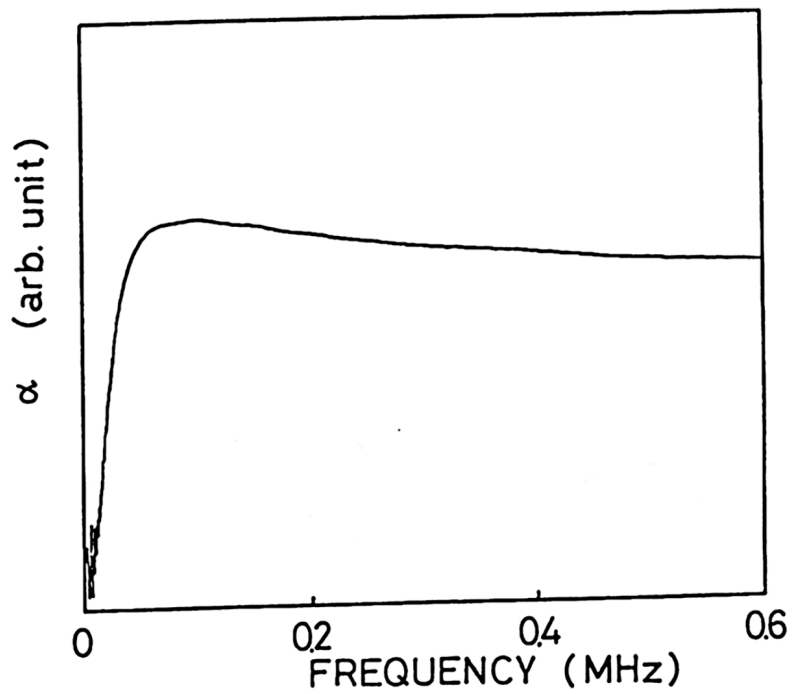


Fig. 3 - 7

変調度 α の周波数特性

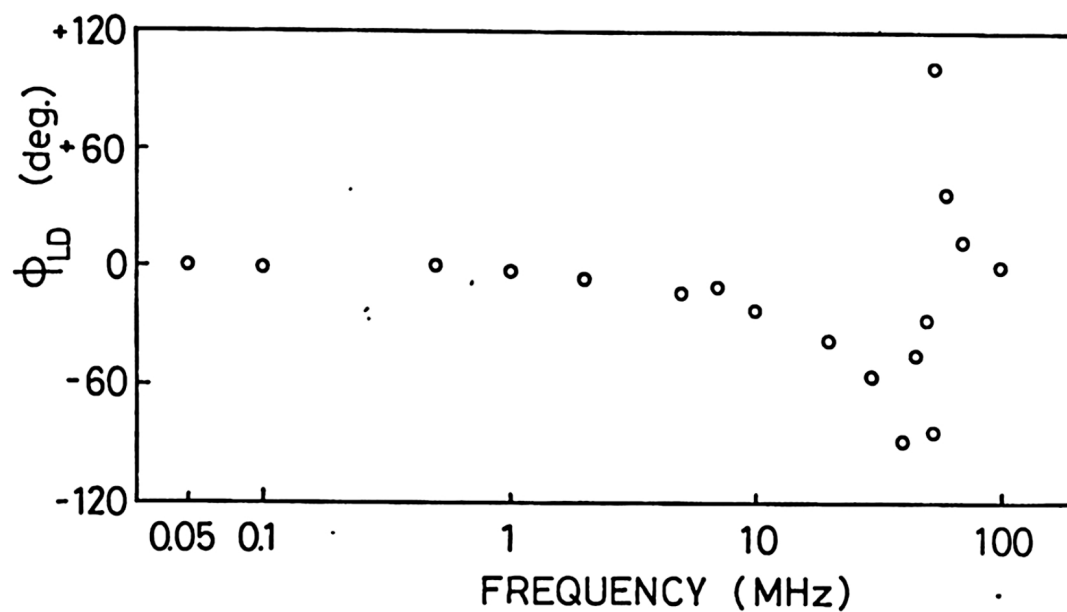


Fig. 3 - 9 (a) $\phi_{LD}(\omega_L)$ の周波数特性

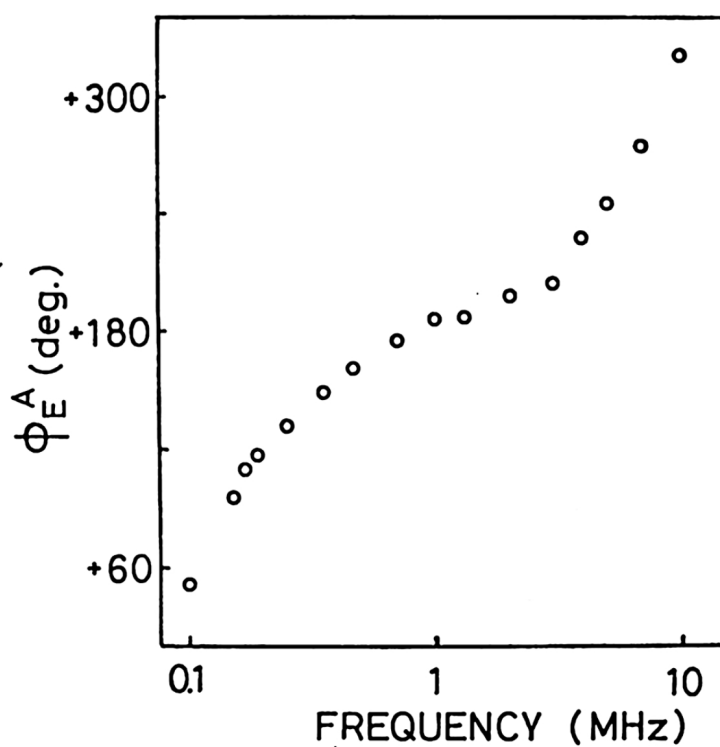


Fig. 3 - 9 (b) $\phi_E^A(\omega_A)$ の周波数特性

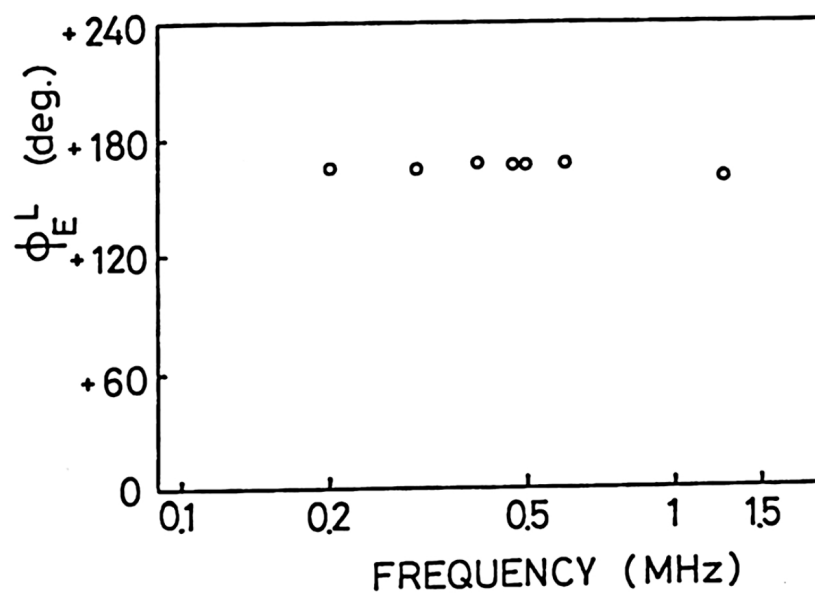


Fig. 3 - 9 (c) $\phi_E^L(\omega_L)$ の周波数特性

第 4 章 測定結果と考察

4-1 振動の一般論

この節では、基礎的な予備知識として、古典力学に基づく振動に関する理論について述べる。¹⁾

いま、実際の振動子を質点の集合と見なす。安定な平衡点の近くで質点のおこなう微小振動は、近似的に必ず単振動と見なせるが、質点には、抵抗および強制力（角周波数 ω_A ）が働いており、振動方程式は

$$m \ddot{x} + \eta \dot{x} + k x = F \sin \omega_A t \quad (4 \cdot 1)$$

x : 変位 m : 質点の質量 $-\eta \dot{x}$: 抵抗

$k x$: 弾性的な力 F : 強制力の振幅

となる。また

$$\beta \equiv \eta / 2 m, \quad \omega_0^2 \equiv k / m, \quad \rho' \equiv F / m \quad (4 \cdot 2)$$

とおくと、

$$\ddot{x} + 2 \beta \dot{x} + \omega_0^2 x = \rho' \sin \omega_A t \quad (4 \cdot 3)$$

と表される。強制力 $F \sin \omega_A t$ は、圧電逆効果によるものである。

(4・3) をラプラス変換その他の解法で解くと、変位 x は

$$x = A \sin (\omega_A - \delta) + a e^{\lambda_1 t} + b e^{\lambda_2 t} \quad (4 \cdot 4)$$

a, b : 積分定数

$$\text{ただし } A \equiv \rho' \{ (\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + 4 \beta^2 \omega_A^2 \}^{-1/2} \quad (4 \cdot 5)$$

$$\delta \equiv \tan^{-1} \{ 2 \beta \omega_A / (\omega_0^2 - \omega_A^2) \} \quad (4 \cdot 6)$$

$$\lambda_1, \lambda_2 \equiv -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} < 0 \quad (4 \cdot 7)$$

となる。本研究における測定対象は (4・4) の第 1 項である。ここで、無次元量 Q が次のように定義される。

$$Q \equiv \omega_0 / 2 \beta \quad (4 \cdot 8)$$

Q が無限に大きい場合、変位の振幅 A は、 $\omega_A = \omega_0$ で無限に大きくなり、位相差 δ は、 $\omega_A < \omega_0$ の時、 $\delta = 0$ 、 $\omega_A = \omega_0$ の時 $\delta = \pi/2$ 、 $\omega_A > \omega_0$ の時 $\delta = \pi$ であり、 δ は $\omega_A = \omega_0$ で不連続に変化する。 Q が有限の値で、かつ $Q > 1/\sqrt{2}$ であるとき、 A は $\omega_A = \omega_0 (1 - 1/2 Q^2)^{1/2}$ において極大値

$$A_{res} = 2 \rho' (Q / \omega_0)^2 / \sqrt{4 Q^2 - 1} \quad (4 \cdot 9)$$

をもつ。振動状態は ω_A と ω_0 の大小関係により、つぎの 3 つに分類される。

$$\text{a) } \omega_A \ll \omega_0 \text{ のとき: } A \approx \rho' / \omega_0^2 = F / k, \quad \delta \approx 0 \quad (4 \cdot 10)$$

であり、ばねの強さ k が振動を制御する。（弾性制御）

b) $\omega_A \approx \omega_0$ のとき（共振時）:

$$A \approx \rho' Q / \omega_0^2 = \rho' / (2 \beta \omega_0) = F / (\eta \omega_0), \quad \delta \approx \pi/2 \quad (4 \cdot 11)$$

であり、制動 η が振動を制御する。(抵抗制御)

c) $\omega_A \gg \omega_0$ のとき

$$A \approx \rho' / \omega_A^2 = F / (m \omega_A^2) \quad , \quad \delta = \pi \quad (4 \cdot 12)$$

であり、慣性 m が振動を制御し、かつ $A \propto \omega_A^{-2}$ である。(慣性制御)

次に、位相のずれ δ と、 Q の関係について述べる。(4・6)において

$$\omega_A = \omega_{A1} \text{ のとき } \delta = \pi/4, \quad \omega_A = \omega_{A2} \text{ のとき } \delta = -\pi/4 \quad (4 \cdot 13)$$

であるとする、

$$\omega_{A2} - \omega_{A1} = 2\beta = \omega_0/Q \quad (4 \cdot 14)$$

となる。したがって ω_0 、 ω_{A1} 、 ω_{A2} がわかれば、 Q の値が求まる。また、

$A_1 : \omega_A = \omega_{A1}$ のときの変位の振幅, $A_2 : \omega_A = \omega_{A2}$ のときの変位の振幅
とすると、

$$A_1 = A_2 \approx A_{res}/\sqrt{2} \quad (4 \cdot 15)$$

と計算される。

4-2 円板状振動子と、その振動形態

本研究では、被測定試料の1つとして、材料がP-7(村田製作所製; チタン酸ジルコン酸鉛系)である円板振動子を用いた。P-7のおもな材料定数を Table 4-1に、また、円板状振動子の形状を Fig. 4-1に示す。

a : 円板状振動子の半径, t : 円板状振動子の厚み

とする。分極は厚み方向になされており、結晶系は、 z 軸を6回対称軸とした6mmと等価である。

この円板状圧電振動子の振動モードには、径方向への拡がり振動と、厚み縦振動があり、径方向への拡がり振動の共振周波数は、円板の円周長 (Fig. 4-1の $2\pi a$) に依存し、厚み縦振動の共振周波数は、円板の厚み (Fig. 4-1の t) に依存する。

径方向への拡がり振動の解析は、円柱座標系において、圧電方程式と運動方程式を組み合わせ、機械的境界条件を用いることによって行われる。⁴⁾ 圧電基本式は、円柱座標を用いると

$$\begin{cases} S_{rr} = s_{11} T_{rr} + s_{12}^E T_{\theta\theta} + d_{31} E_z \\ S_{\theta\theta} = s_{12} T_{rr} + s_{11}^E T_{\theta\theta} + d_{31} E_z \\ S_{rz} = s_{13} T_{rr} + s_{13}^E T_{\theta\theta} + d_{33} E_z \\ D_z = d_{31} (T_{rr} + T_{\theta\theta}) + \epsilon_{33}^T E_z \end{cases} \quad (4 \cdot 16)$$

$$\text{ただし } S_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad S_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad u_r : \text{径方向への変位。}$$

運動方程式は

$$\rho u_r = \frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + (T_{rr} - T_{\theta\theta}) / r \quad (4 \cdot 17)$$

これらの式を連立させ、機械的境界条件

$$u_r(r) = 0 \quad (r = 0), \quad T_{rr} = 0 \quad (r = a)$$

を用いて解くと

$$u(r) = A J_1(\omega r / v) \quad (4 \cdot 18)$$

$u(r)$: 半径方向への振動の変位 A : 係数(下記参照)

$J_1(x)$: 第1種ベッセル関数 ω : 振動の角周波数

v : 振動子中での音速

となる。音速 v は

$$v^2 = Y / \{(1 - \sigma^2) \rho\} \quad (4 \cdot 19)$$

$Y = 1 / s_{11}^E$: ヤング率

$\sigma = -s_{12}^E / s_{11}^E$: ポアソン比 ρ : 密度

で求められる。係数 A は、

$$A \equiv \frac{d_{31}(1 + \sigma) E_z a}{\alpha \cdot J_0(\alpha) - (1 - \sigma) J_1(\alpha)} \quad (4 \cdot 20)$$

E_z : $z(3)$ 方向の電界 $\alpha \equiv \omega a / v$

で表され、 A の分母が零、すなわち角周波数 $\omega = \omega_n$ が

$$\alpha_n \cdot J_0(\alpha_n) = (1 - \sigma) \cdot J_1(\alpha_n) \quad (4 \cdot 21)$$

$$\alpha_n = \omega_n a / v \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4 \cdot 22)$$

を満たすとき、径方向への振動は共振状態になる。なお、電気的条件は、

$\partial E_z / \partial r = 0$ であり、これは (4・16) において自動的に満足されている

また、厚み方向への振動の共振周波数は v' を音速として

$$\omega_n = (n v' / 2 t) \cdot 2 \pi \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (4 \cdot 23)$$

により与えられる。

この円板状圧電振動子のアドミタンス計測を、純電氣的測定法によって行ったものを Fig. 4-2 に示す。測定には、L F インピーダンス・アナライザ (ヒューレット・パッカード社製; 4192A) を用いた。周波数範囲は 0.1 [MHz] ~ 10 [MHz] とした。1 [MHz] 付近より低い周波数範囲でのピークは、径方向への拡がり振動によるもので、1 [MHz] よりも高い周波数範囲でのピークは、主に厚み縦振動によるものである。

4-3 実測の振動振幅にたいする考察

この節以降では、実際に光学的に測定した結果をもとに、考察を加える。

まず、径方向への拡がり振動について述べる。

この振動は、弾性波の波数ベクトルが、電界をかけた方向に対して直交する振動である。

Fig. 4-3に拡がり振動の第1共振周波数付近での測定結果を示す。レーザ光を当てる方向は、試料の円形の面に垂直な方向、すなわち Fig. 4-1のz軸方向であり、レーザ光を当てる点は、試料の中央($r \approx 0$)である。したがって、振動自体は径方向への拡がり振動によるものだが、測定は、厚さ方向の変位を測定している。周波数範囲は0.16 [MHz] ~ 0.22 [MHz] とした。振幅値は、試料に加えた駆動電圧で正規化したもの S_3/E_3 を用いた。電圧で正規化すると、加える電圧の値が変化しても、一定電圧で駆動した際と全く同じ傾向の測定結果が得られる。

(圧電効果の線形性より。) Fig. 4-3を見ると、0.186 [MHz] 付近に共振点があることがわかる。

ここで、この Fig. 4-3から音響振動のQ値をもとめる方法を示す。

(4・14) から

$$Q = \omega_0 / (\omega_{A2} - \omega_{A1}) \quad (4 \cdot 14)'$$

であるが、 ω_0 は共振周波数なので、振幅値がピーク値をとるときの周波数である。 ω_{A1} 、 ω_{A2} は、(4・15)を考慮すると、ピークの振幅値の $1/\sqrt{2}$ 倍の振幅値をとる周波数である。これらを図から求めると、振動のQ値を求めることができる。

Fig. 4-3を用いてQ値を算出したところ、 $Q = 61.1$ となった。

また、被測定試料である円板状振動子の S_3/E_3 の低周波極限值 ($\omega \rightarrow 0$) は、圧電定数 d_{33} に等しい¹⁾。(後述する。) 一方、(4・10)と(4・11)を比較すると、共振時の振幅は、低周波での振幅のQ倍になることがわかる。よって d_{33} は

$$d_{33} = (S_3/E_3)_{RES} / Q \quad (4 \cdot 24)$$

によって求められるものと思われる。ここに添え字 RES は、共振時の値であることを示す。この測定原理が成り立つためには、 S_3/E_3 の低周波極限が d_{33} である必要があるが、このことを、数学的に確かめる。⁵⁾ (4・16) ~ (4・19) から

$$\begin{aligned} S_3/E_3 &= S_{zz}/E_z \\ &= \left\{ \frac{S_{13}^E}{S_{11}^E} \cdot \frac{S_{rr}/E_z + S_{\theta\theta}/E_z - 2d_{31}}{1 - \sigma} + d_{33} \right\} \cdot e^{-j\omega t} \end{aligned} \quad (4 \cdot 25)$$

(4・25) の低周波極限 ($\omega \rightarrow 0$) をとれば

$$S_3/E_3 \rightarrow d_{33} \quad (\because S_{rr}/E_z \rightarrow d_{31}, S_{\theta\theta}/E_z \rightarrow d_{31}) \quad (4 \cdot 26)$$

となり、確かめられた。(この結果は r の値に依存しない)

Fig. 4-3 の場合、(4・24) をもちいて d_{33} を算出すると、 $d_{33} = 5.31$ [$\times 10^{-10}$ m/V] となる。これは、大木氏修士論文¹⁾における、同様の実験の結果ともよく一致する。しかし、Table 4-1 の d_{33} の値と比べると、約 30% 大きく測定されている。これは、レーザ光が入射する方向にたいして、試料の片面が、固定されているため生じる誤差と思われる。¹⁾ これは、試料を、側面で固定するなどして、 z 方向に関して、両面が自由端である状態で計測すれば、解決できるだろう。ちなみに、ここで求めた Q 値は、(4・8) あるいは (4・14)' によって定められるものだが、円板振動子上の振幅の空間的な分布は、均一でなく、(4・18) のような分布となる。 d_{33} (= 低周波極限での S_3/E_3) が r に関係のない定数である以上、(4・24) より、 Q 値も空間的に一定ではなく、計測点の場所によって、 Q 値も異なることが予想される。

次に、Fig. 4-4 に拡がり振動の第 2 共振周波数付近での測定値を示す。共振点は、0.465 [MHz] 付近である。これについて Q 値を求めると、 $Q = 40.2$ となる。第 2 共振においては、それより低い周波数でしか振動できない成分が追従できないので、第 2 共振の光学的計測からは、低周波極限で定義される材料定数 (d など) の測定はできない。仮に (4・24) に従って d を算出したとしても、それは本来の d ではなく、それよりもかなり小さい値になる。

最後に、厚み縦振動について述べる。

この振動は、弾性波の波数ベクトルが、電界をかけた方向に対して平行となる振動である。

厚み縦振動は、振動の生じる方向を z (3) とすると、つぎの力学的、電気的条件によって、特徴づけられる。

$$S_1 = S_2 = 0, \quad \frac{\partial D_3}{\partial z} = 0 \quad (4 \cdot 27)$$

S_i : 歪み D_i : 電気変位

すなわち、 z 方向以外の歪みはなく、 z 方向に関して、電気変位 D は一定である。拡がり振動の場合の、振動方向に関して電界が一定という条件と比較して、電気変位が重要な役割を果たしていることがわかる。そこで、厚み縦振動の場合には、 S_3/E_3 ではなく、 S_3/D_3 に注目して、測定を行う。このとき、(4・24) と同様の議論で求まるのは、 d_{33} ではなく

$$\begin{aligned} S &= s^E T + g D \\ E &= -g T + \beta^T D \end{aligned} \quad (4 \cdot 28)$$

で表される式 (圧電基本式の g 形式) における圧電定数 g に相当するものである。

ただし、本研究の測定においては、圧電定数 g の目安となる値 (g' とする) が求められる。 S_3/D_3 に注目したとき、圧電定数 g の目安となる g'_{33} が求まることになる。Fig. 4-5 に厚み縦振動の第1共振周波数付近の測定結果を示す。共振点は、1.27 [MHz] 付近である。 d_{33} を求めるのと同様にして求めた g'_{33} は、 $g'_{33} = 18.1 [\times 10^{-3} \text{ V m/N}]$ であった。

4-4 位相特性についての考察

この節では、ロックインアンプで読み取った位相の値について述べる。Fig. 4-6 (a)、(b) に拡がり振動の第2共振周波数付近の位相の値を示す。(a) は $|f_A - f_L|$ の信号の位相、(b) は $|2f_A - f_L|$ の信号の位相である。それぞれ、(3・20a)、(3・21a) に対応する。周波数範囲は、0.39 [MHz] から 0.52 [MHz] である。3-4 で論じた補正すべき項は、この狭い周波数範囲では、周波数依存性は、ほぼ無視して考えてよい。Fig. 4-6 (a) では、共振点 (0.465 [MHz] 付近) をはさんで、ほぼ180度位相が変化している。それに比べ、(b) のほうは、ほぼ360度変化している。これはそれぞれ、(3・20a)、(3・21a) における、 ϕ_A 、 $2\phi_A$ の寄与であると考えられる。(4・10) ~ (4・12) から、 ϕ_A は、共振点をはさんで、周波数が高くなるにつれて、 $0 \rightarrow -\pi$ と変化するからである。また、位相が $-\pi/2$ だけ変化した周波数を求めれば、共振周波数を求めることができる。

次に、 f_A と f_L の大小関係をかえて、同じ周波数領域を測定した結果を Fig. 4-7 (a)、(b) に示す。前と同様、(a) は $|f_A - f_L|$ の信号すなわち (3・20)、(b) は $|2f_A - f_L|$ の信号すなわち (3・21) に対応する。3-4 で述べたように、(b) から、 $\cos \Delta \phi$ の正負の判定や ϕ_k の算出などを行える。この場合、(3・25) を用いて P_{cos} を求めると、 $P_{cos} \approx 7 [\text{deg.}]$ となる。零にかなり近いので、 $\cos \Delta \phi > 0$ としてよい。完全に $P_{cos} = 0$ とならないのは、ロックインアンプの誤差 (位相については、5 [deg.] くらいの誤差がある。) や、DBMでの位相のずれ (低域通過フィルタによるものを除く。) などが考えられる。また、 $P_{cos} = 0$ を認めるとして算出した ϕ_k は、 $\phi_k = 54 + 180n [\text{deg.}]$ である。(nは整数) また、厚み縦振動の第1共振付近で位相を測定したものを Fig. 4-8 に示す。しかし、共振点の前後で、振動状態の変化を示すような位相のはっきりした変化は、見受けられなかった。これは、厚み縦振動の振動状態が必ずしもきれいではないということに対応しているものと思われる。

4-5 表面弾性波の計測について

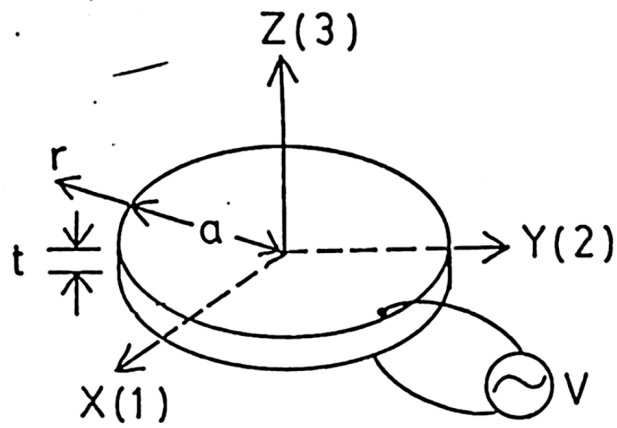
以上の節では、振動子全体に定在波（バルク波）を励振し、測定した。この節では、PZT系セラミクス基板上（両面研磨加工）に作成したIDT（インター・デジタル・トランスデューサ）によって弾性表面波を励振し、光学的に測定した。作成したIDTの概念図を Fig. 4-9 に示す。実際作成した試料では、 $l = 4.6$ [mm], $w = 2.4$ [mm], $d_1 = 20$ [μm], $d_2 = 20$ [μm] $\lambda = 80$ [μm] である。使用した基板は、PZT系セラミクス⁸⁾（チタン酸ジルコン酸鉛系）で、その上に、リフトオフ法によりアルミニウム電極を、すだれ状に形成した。作成した試料は表面波フィルタとして機能させることができる。フィルタとしての電氣的な特性を Fig. 4-10 に示す。中心周波数は 29.7 [MHz] であり、帯域幅は、 3.4 [MHz] である。挿入損失は、 15 dB であった。

この試料にたいして、これまでと同じように、測定を試みた。しかし、 $|2\omega_A - \omega_L|$ の成分は、極めて微小であるので、計測が困難であった。したがって、振動振幅は相対値のみを求めた。なお、測定の周波数は、すべて 29.8281 [MHz] で行った。さらに、X-Y ステージをもちいて、試料を Fig. 4-9 において Y 方向に 5 [μm] ずつ移動させて測定した。

Fig. 4-11 (a) に、試料への入力電力が 1 [W] であるときの振動振幅の測定結果を示す。また同図 (b) に、同じときの位相特性も示す。(a) の振幅特性を見ると、ほぼ 30 [μm] ごとにピークらしきものを認めることができる。しかし、仮に基板上で定在波がたっているとしても、 $\lambda = 80$ [μm] であるから、 40 [μm] ごとにピークがでてくるはずである。この場合、 1 [W] というかなり大きな電力を加えているので、振動の励振も線形な効果だけでなく、高次の項も発生し、音響振動の非線形な要素が振幅の空間分布に何らかの影響を与えているかもしれない。(b) の位相分布はあまりはっきりしない。

次に、試料への入力電力をかなり小さくして 0.125 [W] で測定してみた。この時の結果を同様に、Fig. 4-12 (a), (b) に示す。この場合は、入力電力が小さいため、振動が非線形の要素をもつことはないと思われる。その反面、測定する信号が小さくなってしまい、はっきりとしたピークが現れなくなった。それでも、よく観察すると、(a) のプロットをみると、点をひとつとびにつないだとき、周期 80 [μm] の曲線が現れる。周波数の高い波と低い波が共存しているのかもしれない。位相にも 40 [μm] の周期性がみうけられないこともないが、はっきりしたことは分らない。

最後に、試料の振動を全く生じさせず、試料を Y 方向に移動させながら、IDT 上で反射率を測ってみた。この結果を Fig. 4-13 に示す。これをみると、電極の間隔は、ほぼ Fig. 4-9 での d_1 、 d_2 と等しいとしてよいと思う。



$$a = 5.25 \text{ mm}$$

$$t = 1.7 \text{ mm}$$

Fig. 4 - 1 円板振動子 P - 7 の形状

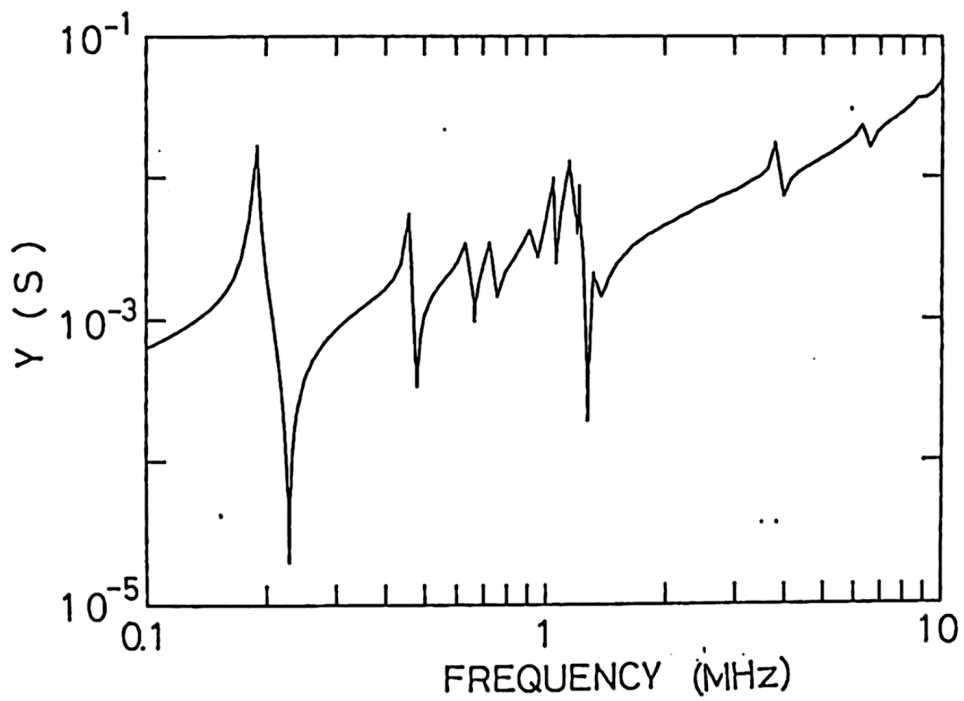


Fig. 4 - 2 円板振動子 P - 7 のアドミッタンスの周波数特性

Table 4-1 円板振動子の材料（村田製作所；P-7）の主な材料定数

$$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0 = 2100$$

$$d_{31} = -207 \quad [10^{-12} \text{ m/V}]$$

$$d_{33} = 410 \quad [10^{-12} \text{ m/V}]$$

$$s_{11}^E = 15.8 \quad [10^{-12} \text{ m}^2/\text{V}]$$

$$\sigma^E = 0.36$$

$$\rho = 7.8 \quad [10^3 \text{ kg/m}^3]$$

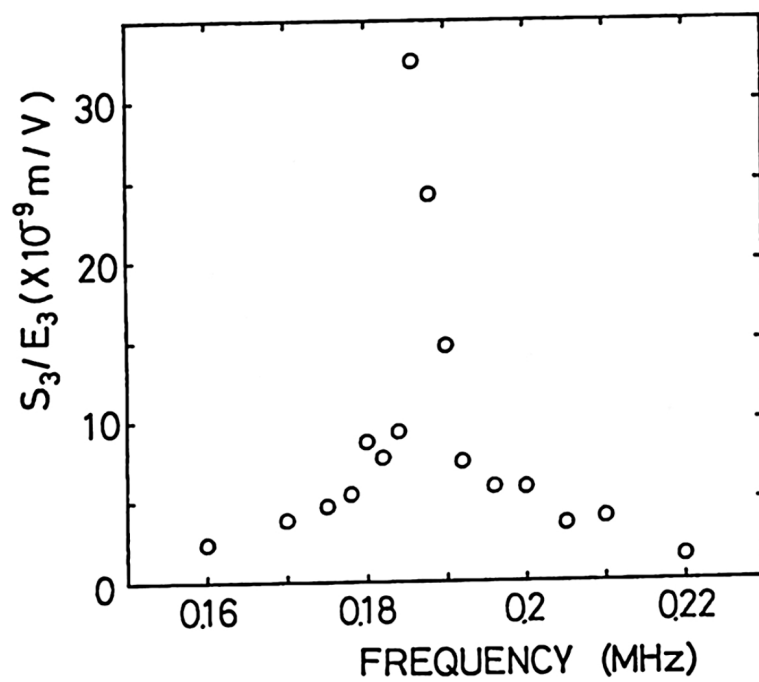


Fig. 4 - 3 第1共振周波数付近（拡がり振動）の S_3/E_3 特性

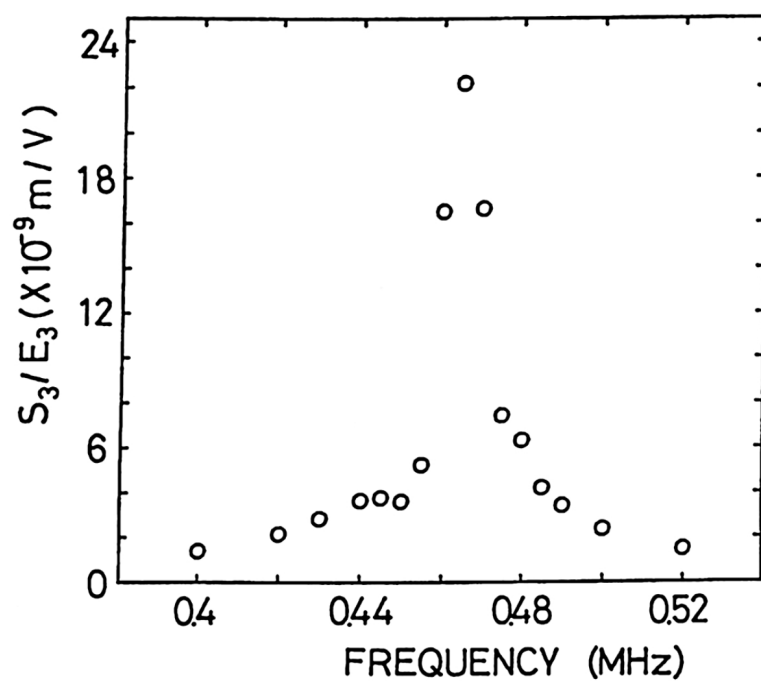


Fig. 4 - 4 第2共振周波数付近（拡がり振動）の S_3/E_3 特性

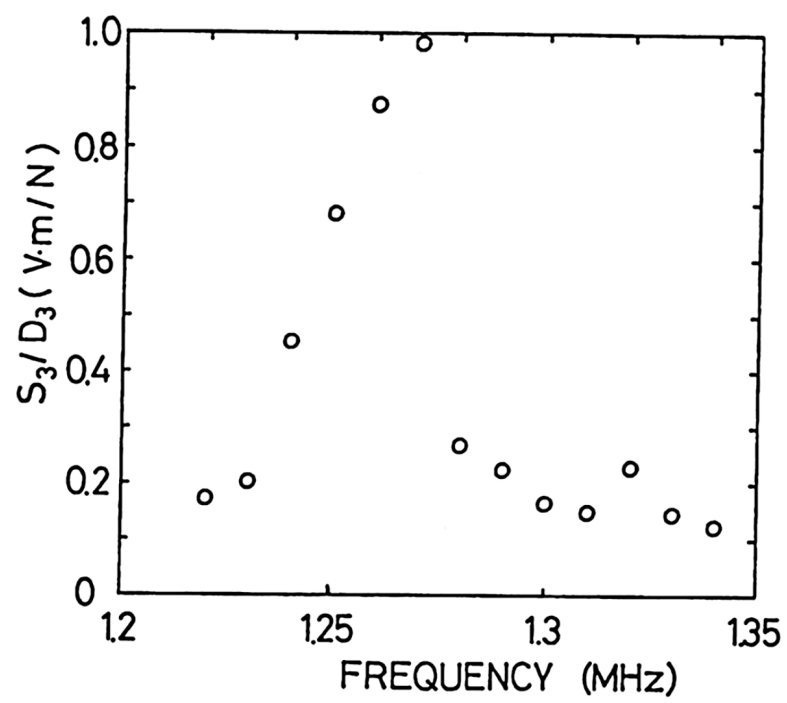
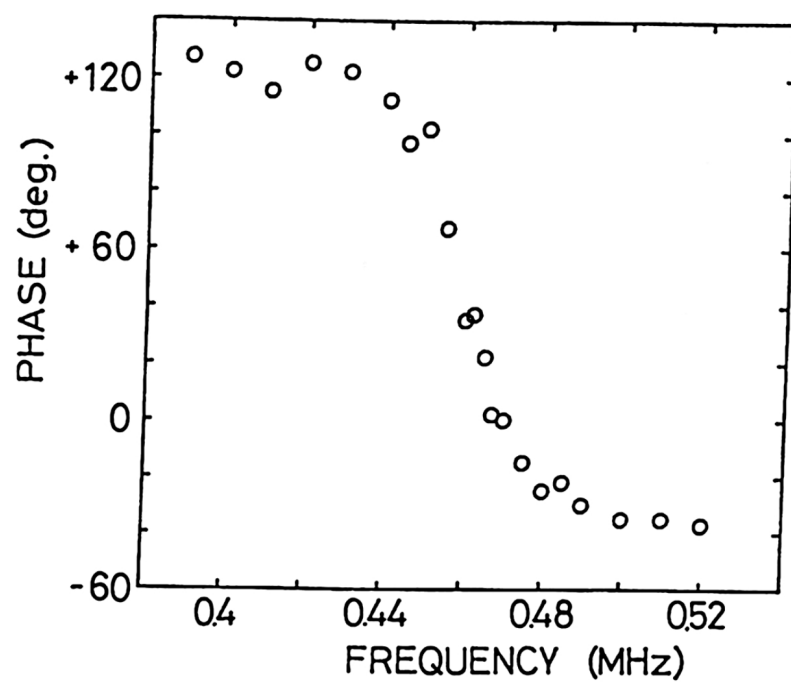
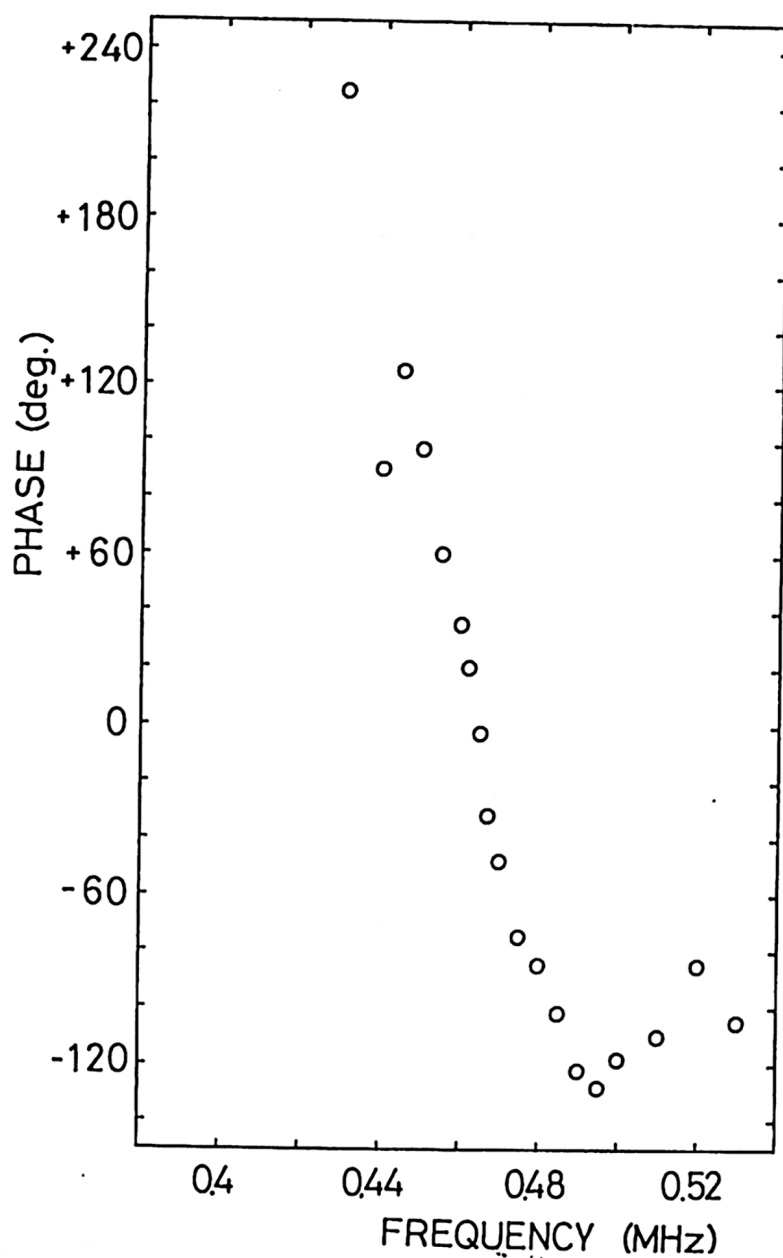


Fig. 4 - 5 第1共振周波数付近（厚み縦振動）の S_3/D_3 特性



(a)

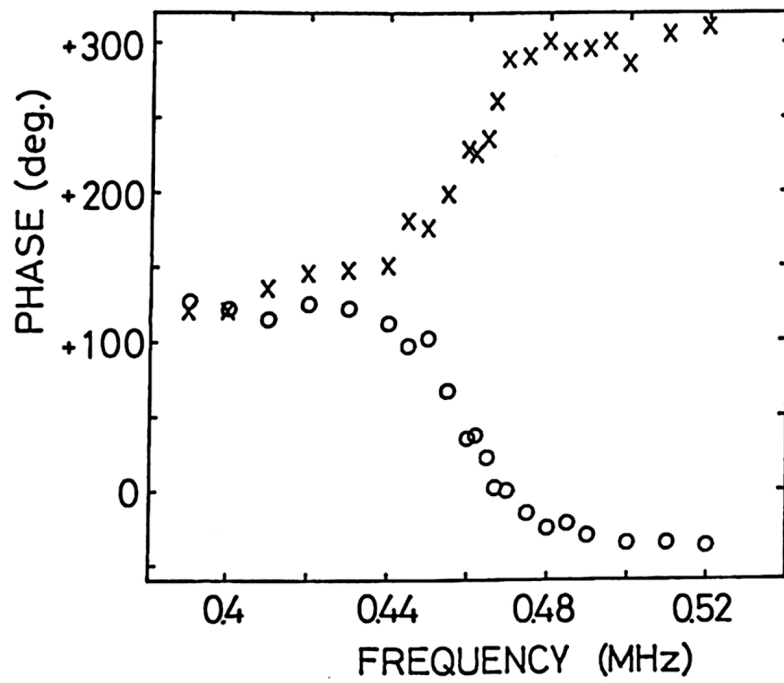


(b)

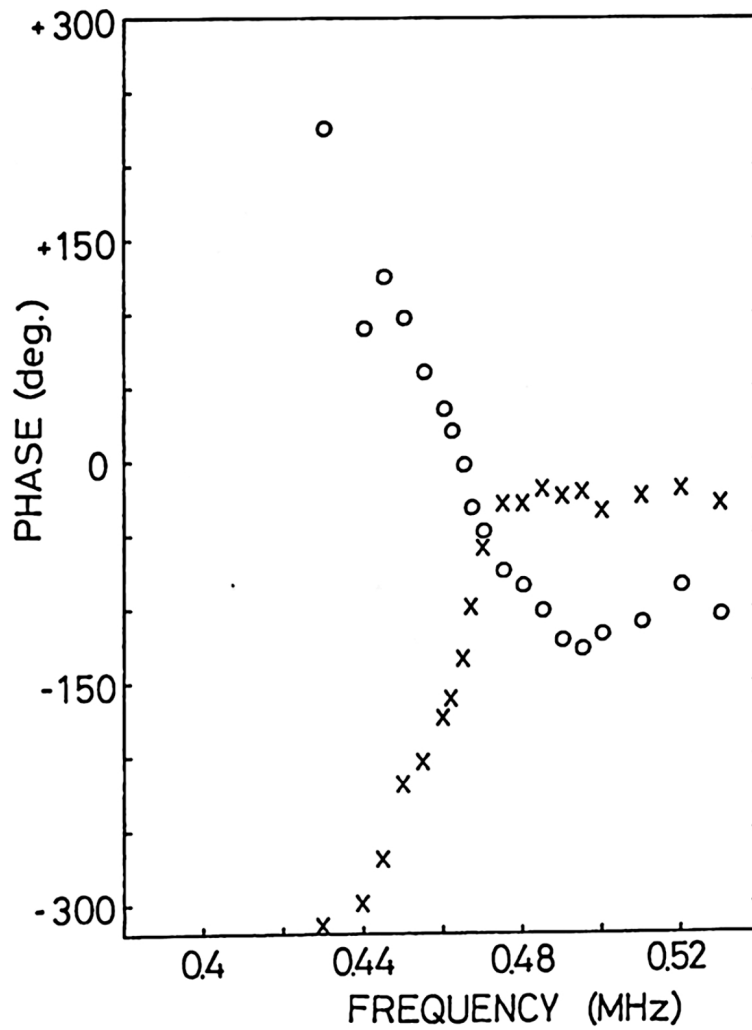
Fig. 4-6 第2共振周波数付近（拡がり振動）の位相特性1

(a) 角周波数 $|f_A - f_L|$ の信号の位相 ($f_A > f_L$)

(b) 角周波数 $|2f_A - f_L|$ の信号の位相 ($2f_A > f_L$)



(a)



(b)

Fig. 4 - 7 第2共振周波数付近（拡がり振動）の位相特性 2

(a) 角周波数 $|f_A - f_L|$ の信号の位相 $\circ f_A > f_L$ $\times f_A < f_L$

(b) 角周波数 $|2f_A - f_L|$ の信号の位相 $\circ 2f_A > f_L$ $\times 2f_A < f_L$

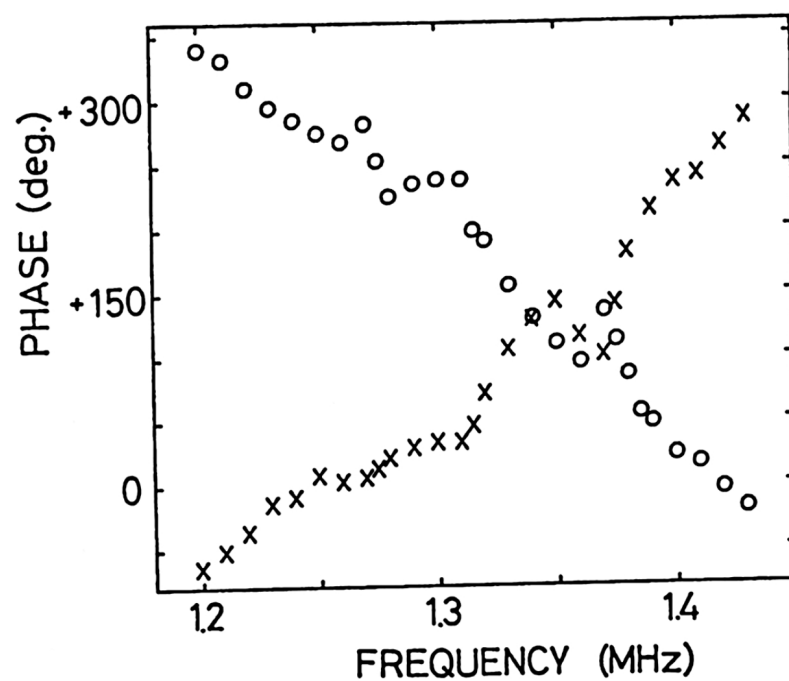


Fig. 4 - 8 第1共振周波数付近（厚み縦振動）の位相特性

○ $f_A > f_L$ X $f_A < f_L$

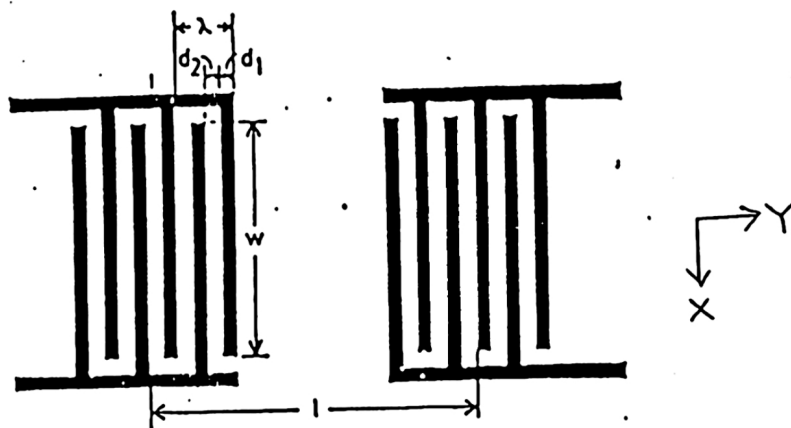


Fig. 4 - 9 本研究で用いる I D T の概念図

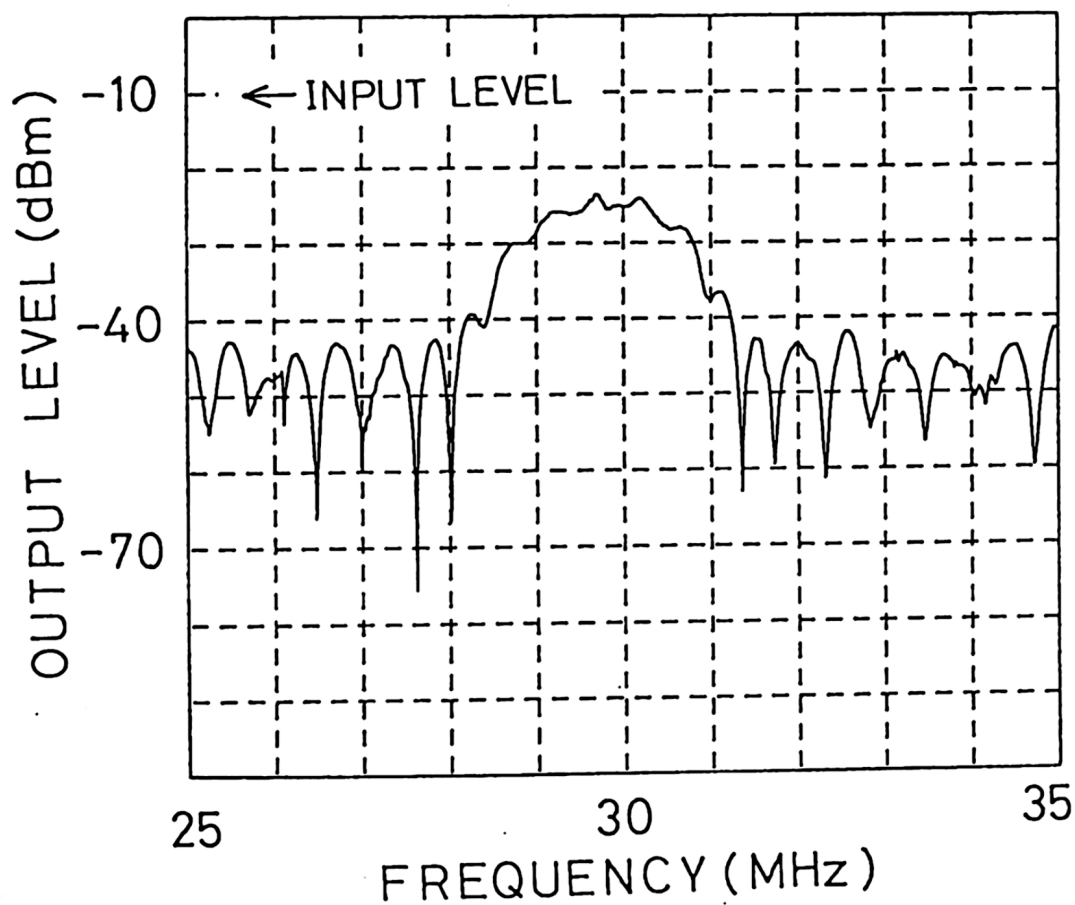


Fig. 4 - 10 作成した I D T のフィルタ特性

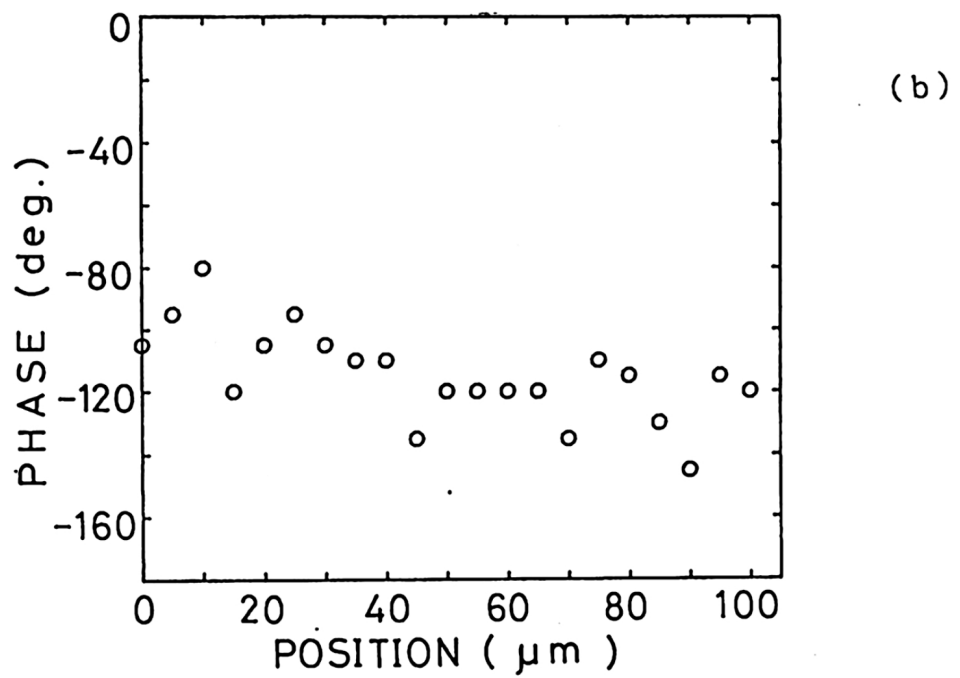
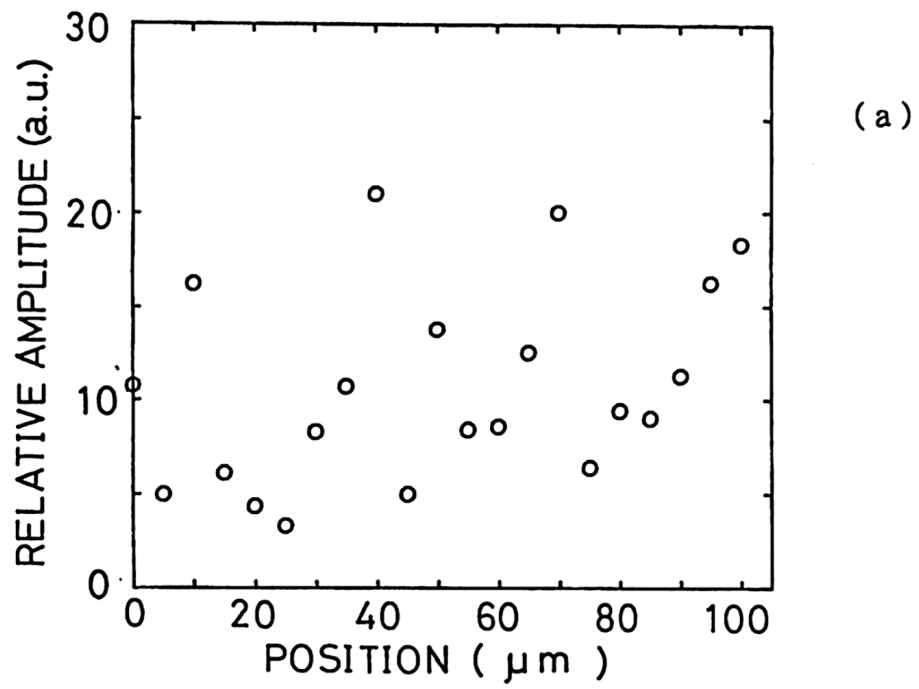
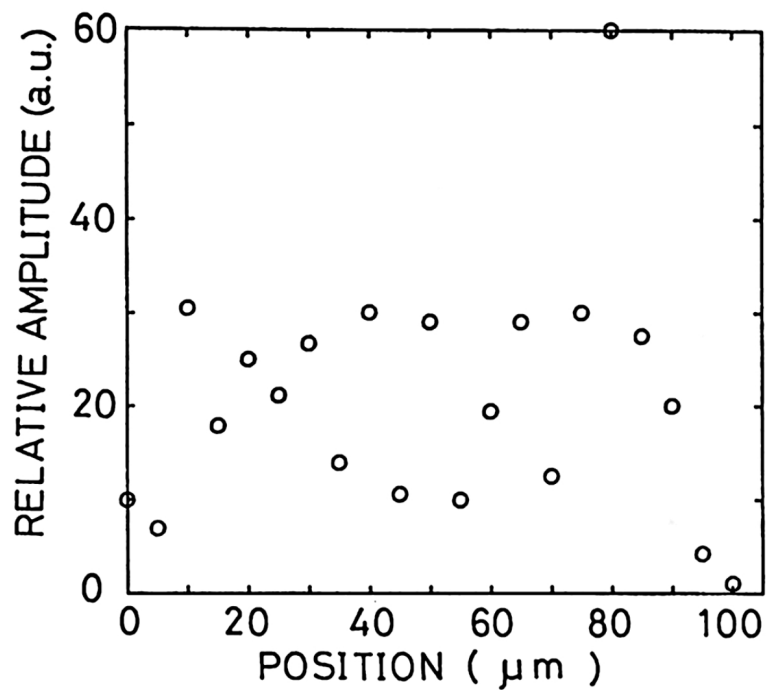


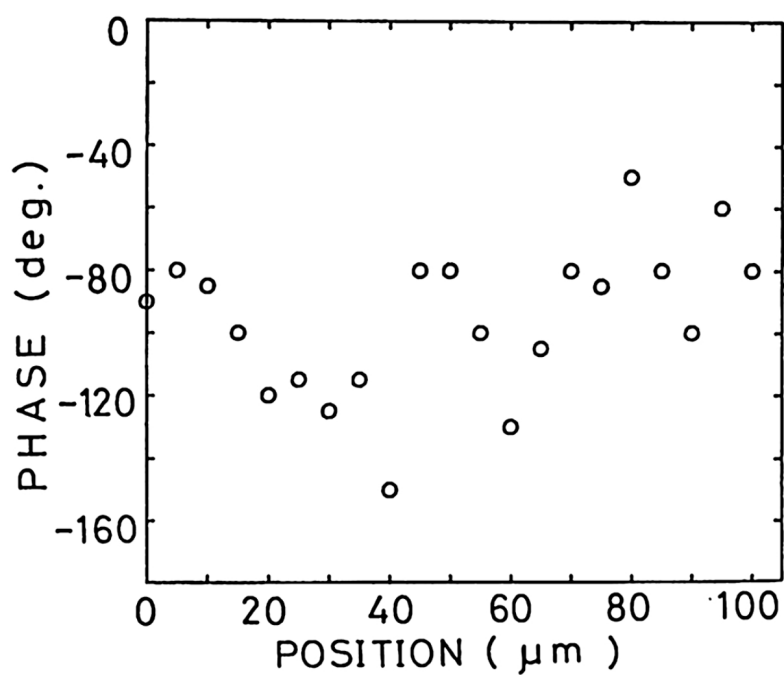
Fig. 4 - 11 入力1 [W] の時の I D T 基板上の

(a) 振動振幅の分布

(b) 位相の分布



(a)



(b)

Fig. 4 - 12 入力 0.125 [W] の時の I D T 基板上の
 (a) 振動振幅の分布
 (b) 位相の分布

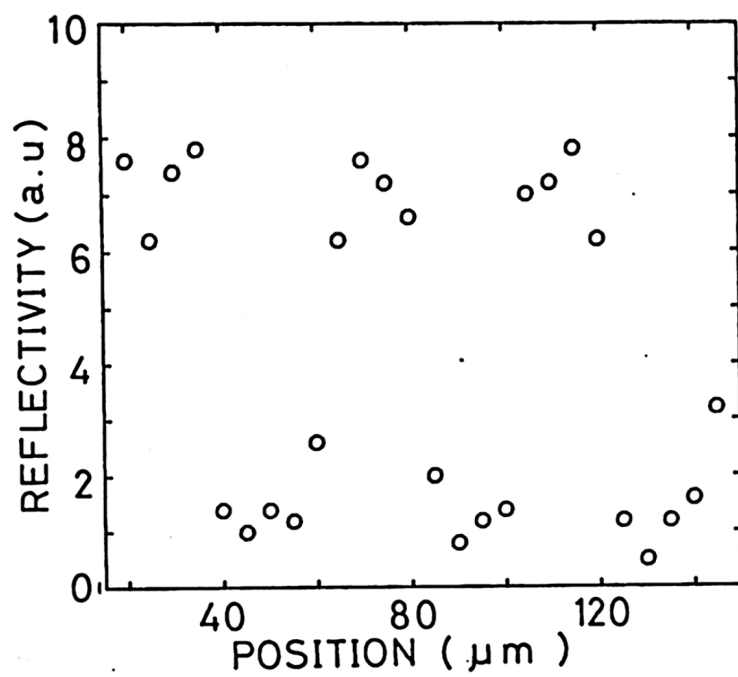


Fig. 4 - 13

I D T 上における光の反射率

本研究で得られた結論を示す。

第3章では、コヒーレントに干渉するレーザ光のみでなく、4つの光路（Fig. 2-2）を通して来るレーザ光をすべて考慮し、APD（アヴァランシ・フォトダイオード）にはいるレーザ光の強度について、解析を行った。また、簡単のため、實際上十分な精度のある近似を行った。

これで得られた式を用いて、新しい原理により、被測定試料の振動振幅を求める方法を示した。これによれば、従来の方法では必要であった、位相変調器が不要である。

さらに、位相についても解析を行い、 f_A 、 f_L の大小関係を変化させて位相を測ったときの式を示し、位相の補正についても検討を行った

第4章では、最初に振動についての一般的な議論を行い、Q値の導入および共振点付近における振動の振幅、位相の特性を明らかにした。

また、主な測定対象である円板状圧電振動子の振動形態について、数学的な考察（特に低周波極限について）を行った。

さらに、実測データに基づき、拡がり振動の第1共振点付近および第2共振点付近での振幅特性、位相特性を示した。第1共振点での振幅およびQ値を用いて、拡がり振動については圧電定数 d 、厚み縦振動については g' （圧電定数 g の目安となる値）を求める原理を示し、実際に測定を行った。

また、PZT基板上における表面弾性波についても、光学的測定を行い、入力電力の違いによって、振動状態が違っていることを示した。

ここでは、本文 4-3「実測の振動振幅にたいする考察」で論じられた内容を、さらに詳細に検討する。根拠となる実験データは、平成 3 年春の応用物理学会で発表されたものである。

主に検討することは、以下の通りである。

- ・ 圧電横効果と圧電縦効果の物理的な違い
- ・ 圧電定数を算出する方法
- ・ サンプル上での振動振幅の空間的な分布

A-1 圧電横効果と圧電縦効果の物理的な違い

本研究では測定する振動として、 r 方向への拡がり振動と、 Z 方向への厚み振動とがある。（サンプルにおける r 方向、 Z 方向については Fig. 4-1 参照のこと。）どちらの振動についても、ひずみ S を測定する方法は同じであるが、データ処理の際に着目する量は異なる。 r 方向拡がり振動については

$$(\text{ひずみ } S_3) / (\text{電界強度 } E_3)$$

に着目し、 Z 方向厚み振動については

$$(\text{ひずみ } S_3) / (\text{電束密度 } D_3)$$

に着目する。その理由は、各々の振動に対する電氣的条件の違いである。

Fig. A-1 に示すように、 r 方向拡がり振動は圧電横効果によって生じるものであり、その電氣的な条件は

$$\frac{\partial E_3}{\partial r} = 0 \quad [r \text{ 方向について } E_3 \text{ が一定}] \quad (\text{A} \cdot 1)$$

となる。一方、 Z 方向厚み振動は圧電縦効果によって生じ、電氣的条件は

$$\frac{\partial D_3}{\partial Z} = 0 \quad [Z \text{ 方向について } D_3 \text{ が一定}] \quad (\text{A} \cdot 2)$$

である。³⁾ それぞれの振動について、物理的に本質の役割を果たす量に着目するということである。

またそれぞれの着目量から算出できる材料定数は

$$S_3 / E_3 \quad \text{からは} \quad \text{圧電定数 } d_{33} \quad \cdots (i)$$

$$S_3 / D_3 \quad \text{からは} \quad \text{圧電定数 } g'_{33} \quad \cdots (ii)$$

である。（算出の方法に関しては A-2 を参照。） (i) は (4・25)、(4・26) のとおりであるが、(ii) については、4-3 の最後の部分での議論に少し付け加える。(4・28) の前半の式

$$S = s^E T + g D \quad (4 \cdot 28)$$

において、もし $T = 0$ が成立すれば、圧電定数 g は S/D として求められるはずであるが、本研究の実験に用いたサンプルにおいては、 $T = 0$ が成立するとは限らない。そこで g'_{33} (圧電定数 g_{33} の目安となる値) のみが求められるのである。何らかの方法で $T = 0$ を満たすことができれば、正確な g_{33} の値が得られることが期待できる。

A-2 圧電定数を算出する方法

4-3 の最初の部分でも述べたが、圧電定数を求める方法を、図を用いてさらに具体的に述べる。

Fig. A-2 のような測定結果のグラフがあるとする。例として、 r 方向拡がり振動の第1共振点での S_3/E_3 の結果を用いて、 d_{33} を求める場合を示す。

圧電定数 d_{33} は、

$$d_{33} \equiv S_3/E_3 \text{ (直流領域または低周波極限)} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

と定義される。この定義では直流領域すなわち低周波極限での S_3/E_3 の値を用いていることに、注意が必要である。交流振動を用いて、特に共振点での振動を用いて d_{33} を測定しようとする、次の関係を考慮しなければならない。

$$\text{共振点における振幅} = (\text{直流領域における変位}) \times Q \quad (\text{A} \cdot 4)$$

ここで Q は共振現象の Q 値であり、共振の鋭さを示す値となる。これらのことから、 d_{33} を算出するには、共振点での S_3/E_3 の値と、 Q 値が分かればよいことになる。

S_3/E_3 の値の最大値、すなわち共振周波数 f_r での S_3/E_3 の値を Fig. A-2 のように $(S_3/E_3)_{\text{PEAK}}$ とする。 S_3/E_3 の値が $(S_3/E_3)_{\text{PEAK}}/\sqrt{2}$ となる点の周波数を f_1 、 f_2 (ただし $f_1 < f_2$) とする。 Q 値は

$$Q = f_r / (f_2 - f_1) \quad (\text{A} \cdot 5)$$

のように求められる。この Q を用いて、圧電定数 d_{33} は

$$d_{33} = (S_3/E_3)_{\text{PEAK}} / Q \quad (\text{A} \cdot 6)$$

と求められる。この方法は、第1共振点についてのみ有効である。なお、この算出方法についての数学的根拠については、4-2、4-3、あるいは参考文献5に詳しい。

Z 方向厚み振動の第1共振点での S_3/D_3 の結果を用いて g'_{33} を求める場合も、全く同様に求めた。

A-3 サンプル上での振動振幅の空間的な分布

本文中では、測定はサンプルの中央付近の振動についてのみ行ったが、ここでは振動振幅の空間的な分布に関して行った実験とその結果について述べる。

レーザ光を入射する位置は、Fig. A-3 に示すように

- (1) 中央付近
- (2) 中央と端の間
- (3) 端

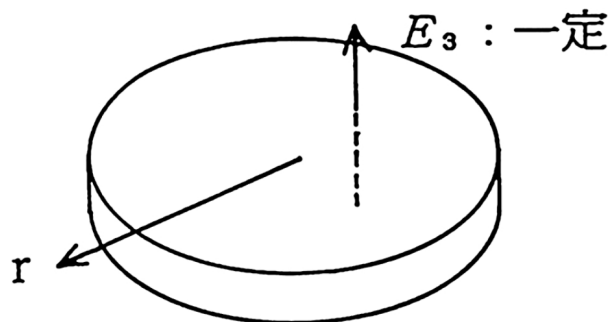
の3点である。(S₃/D₃については、(1)、(3)の2点のみで測定を行う。)

最初に、0.19 MHz付近(r方向拡がり振動の第1共振点)でのS₃/E₃の結果を用いてd₃₃を求めた結果を Fig. A-4の(a)、(b)、(c)に示す。またそれぞれの測定点で測定されたd₃₃の値を Table A-1に示す。なお、Fig. 4-3と比べるとグラフの形状が鋭さを欠いているように見えるが、これは測定を行った周波数範囲が異なるためである。

Table A-1から分かるように、中央付近では正確な測定が可能である。中央から離れるにしたがって測定値は小さくなる。この原因は、サンプルの大きさが有限であり、中央から離れて端に近づくにつれ、境界面の影響が出てくるためと思われる。すなわち、サンプルの端の付近の振動形態は、4-2で論じたような理想的な振動形態とは異なるということである。

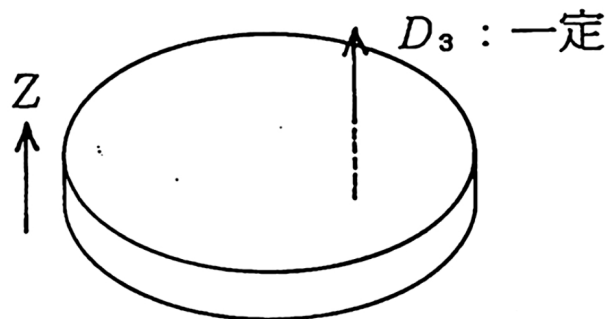
次に、1.3 MHz付近(Z方向厚み振動の第1共振点)でのS₃/D₃の結果を用いてg₃₃'を求めた結果を Fig. A-5の(a)、(b)に示し、測定されたg₃₃'の値を Table A-2に示す。この場合も測定点が端になると、測定点が小さくなる傾向がある。この傾向は、拡がり振動の時よりも顕著に出ていることがわかる。

◇ r 方向拡がり振動（横効果）：



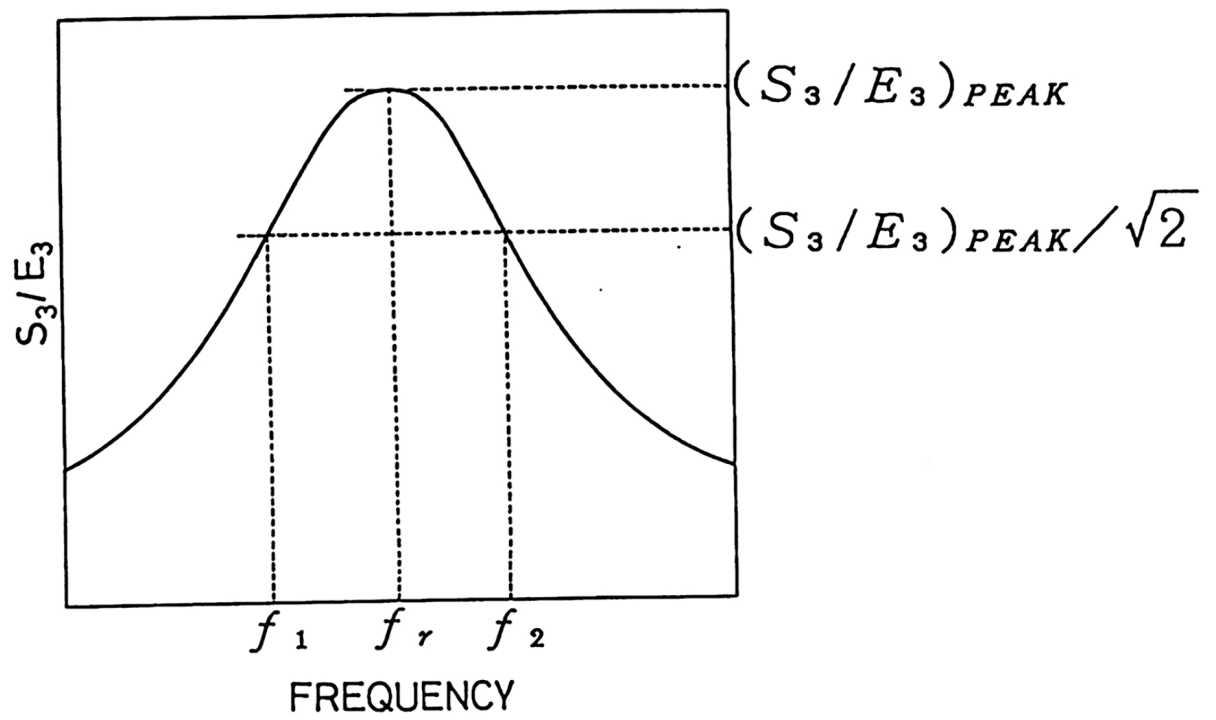
$$\frac{\partial E_3}{\partial r} = 0$$

◇ Z 方向厚み振動（縦効果）：



$$\frac{\partial D_3}{\partial Z} = 0$$

Fig. A - 1 2 種の振動の電気的條件の違い



$$Q = f_r / (f_2 - f_1) ,$$

$$d_{33} = (S_3/E_3)_{PEAK} / Q .$$

Fig. A - 2 圧電定数を算出する方法を説明する図

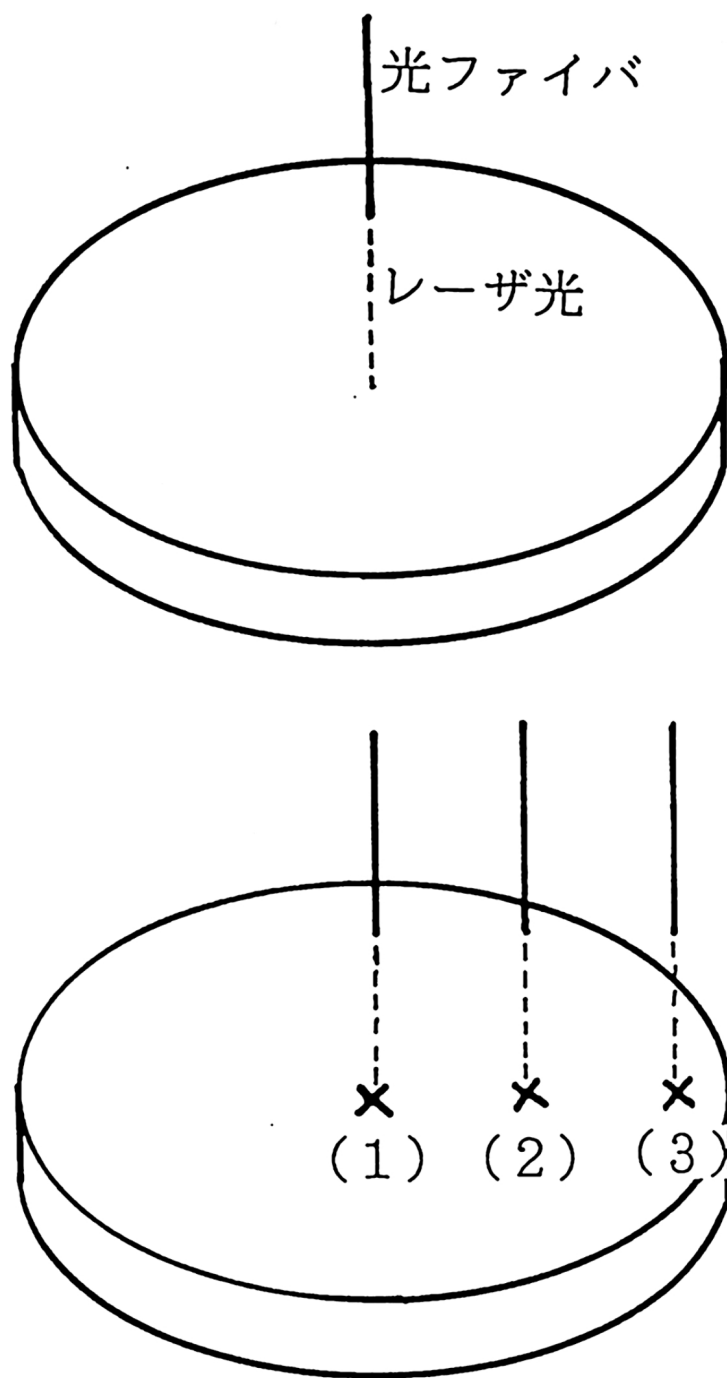


Fig. A - 3 レーザ光を入射する位置

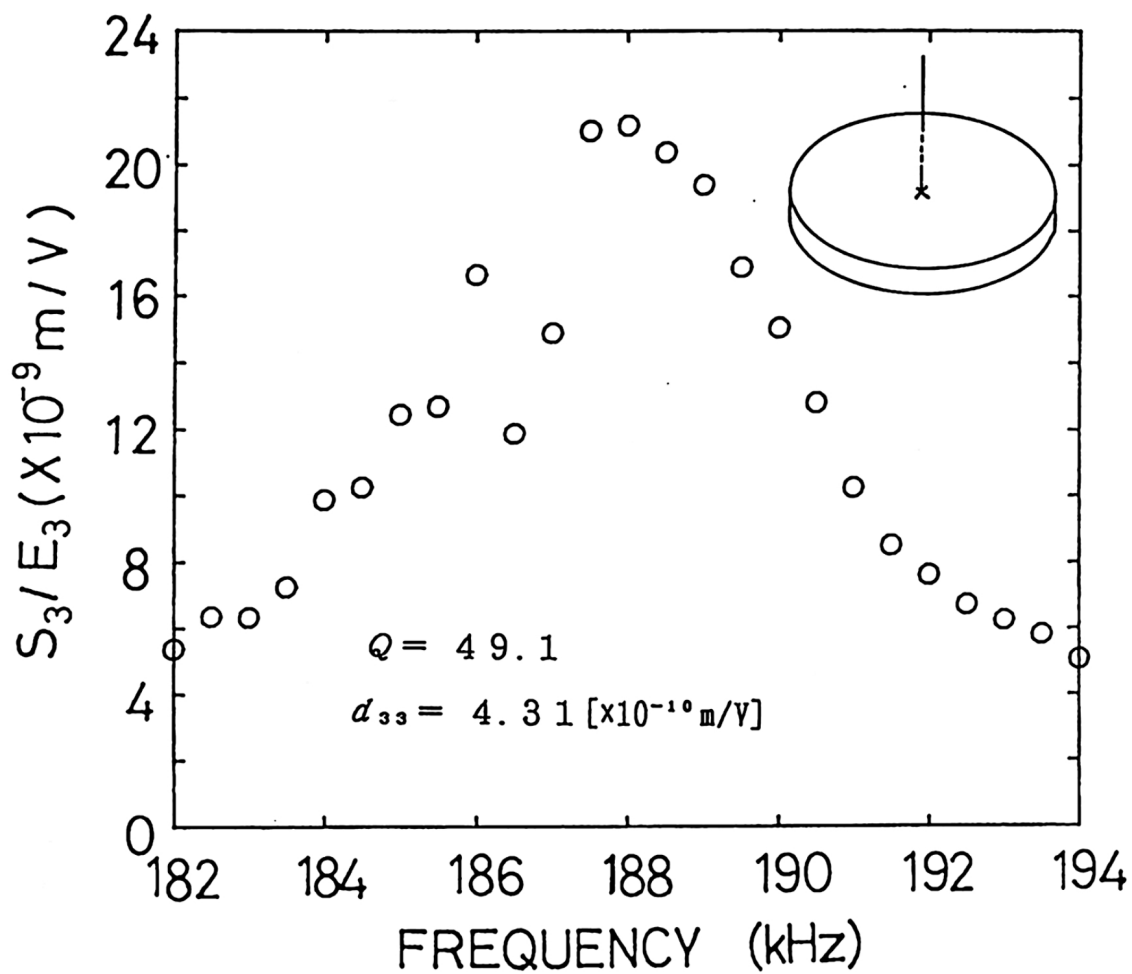


Fig. A - 4 r 方向への拡がり振動（第1共振点）の測定結果
 (a) 中央付近

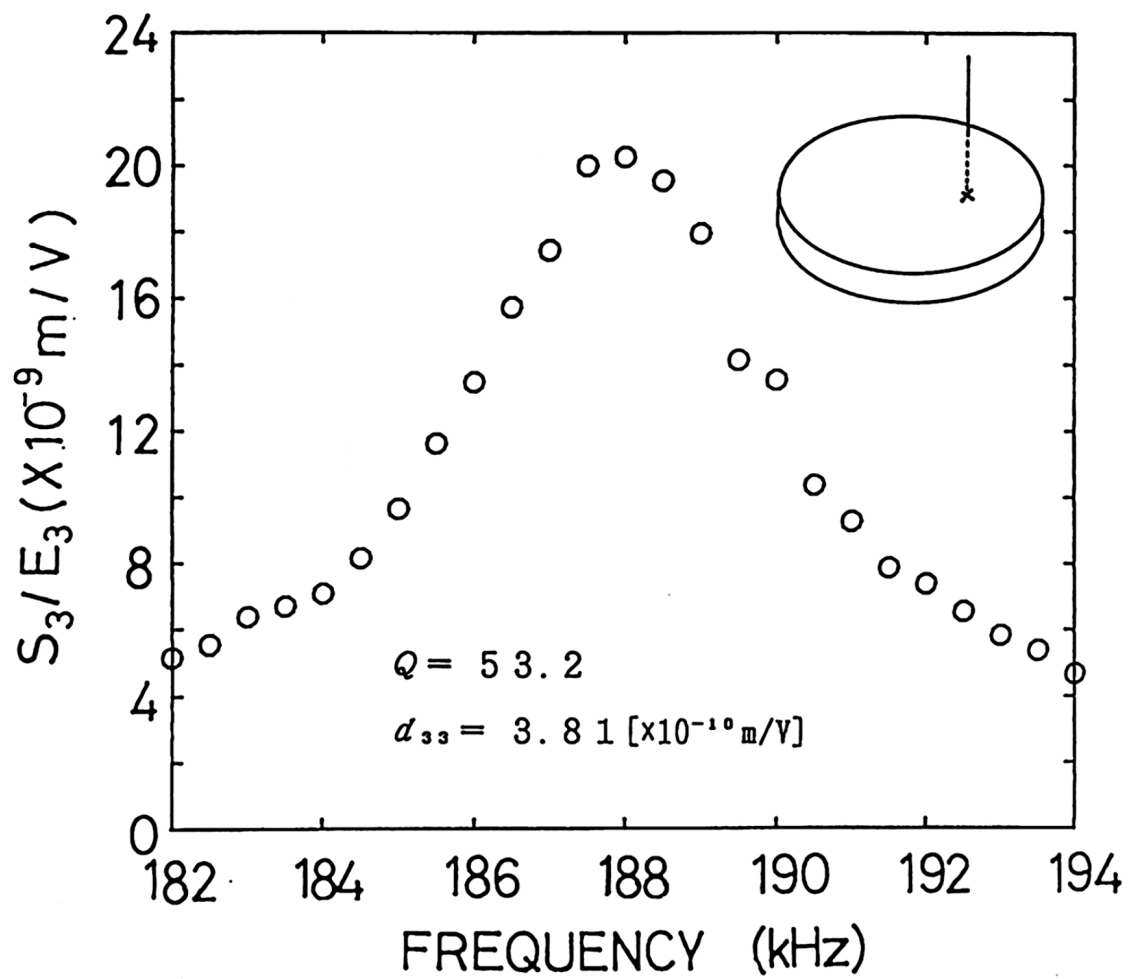


Fig. A - 4 r 方向への拡がり振動（第1共振点）の測定結果
 (b) 中央と端の間

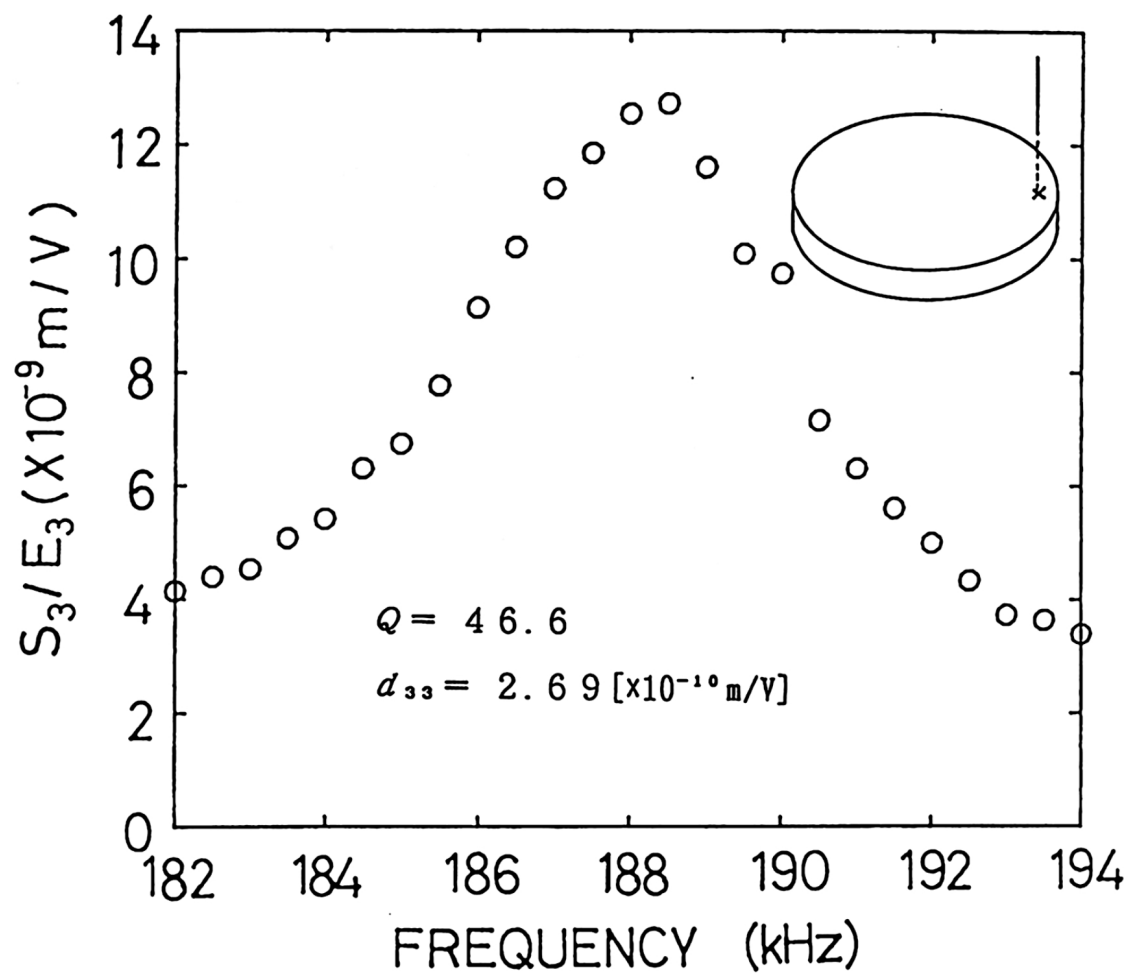


Fig. A - 4 r 方向への拡がり振動（第 1 共振点）の測定結果
 (c) 端

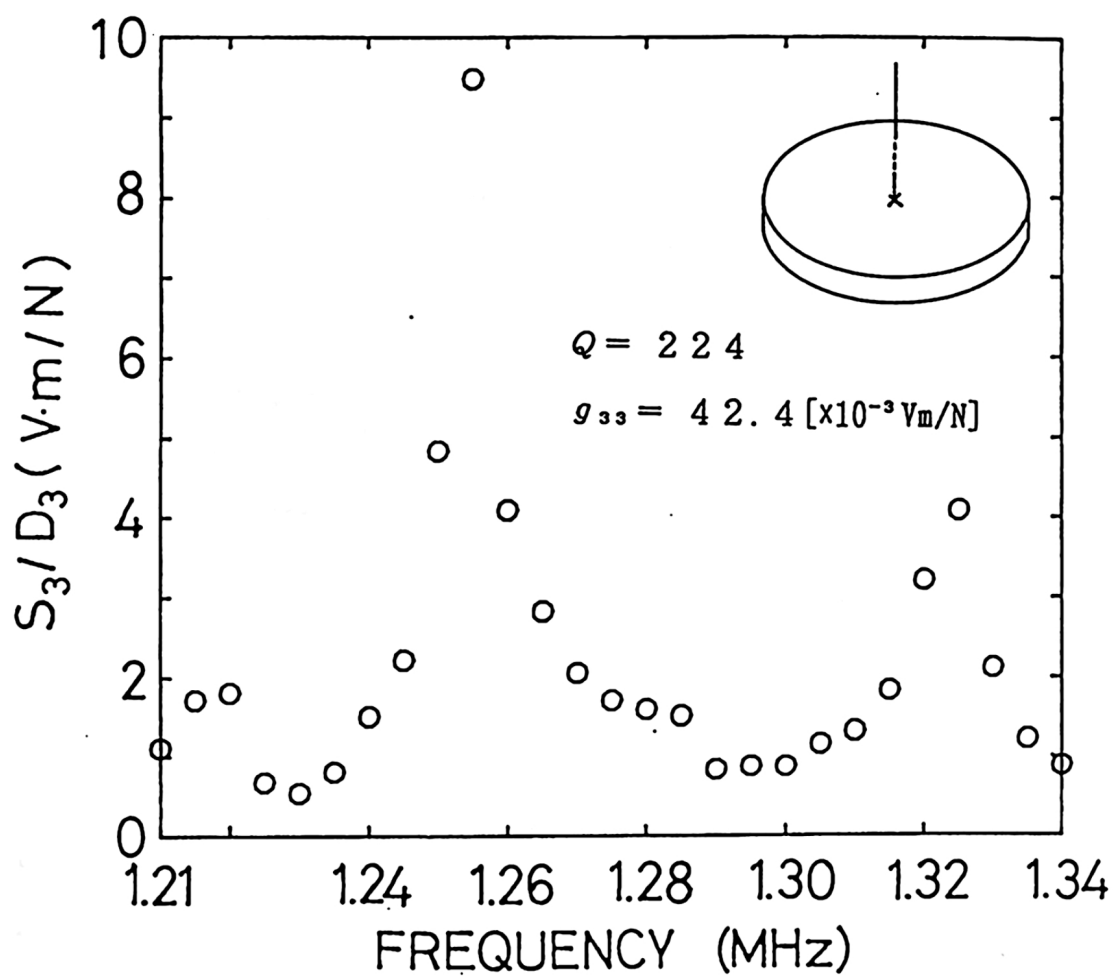


Fig. A - 5 Z方向への厚み振動（第1共振点）の測定結果
 (a) 中央付近

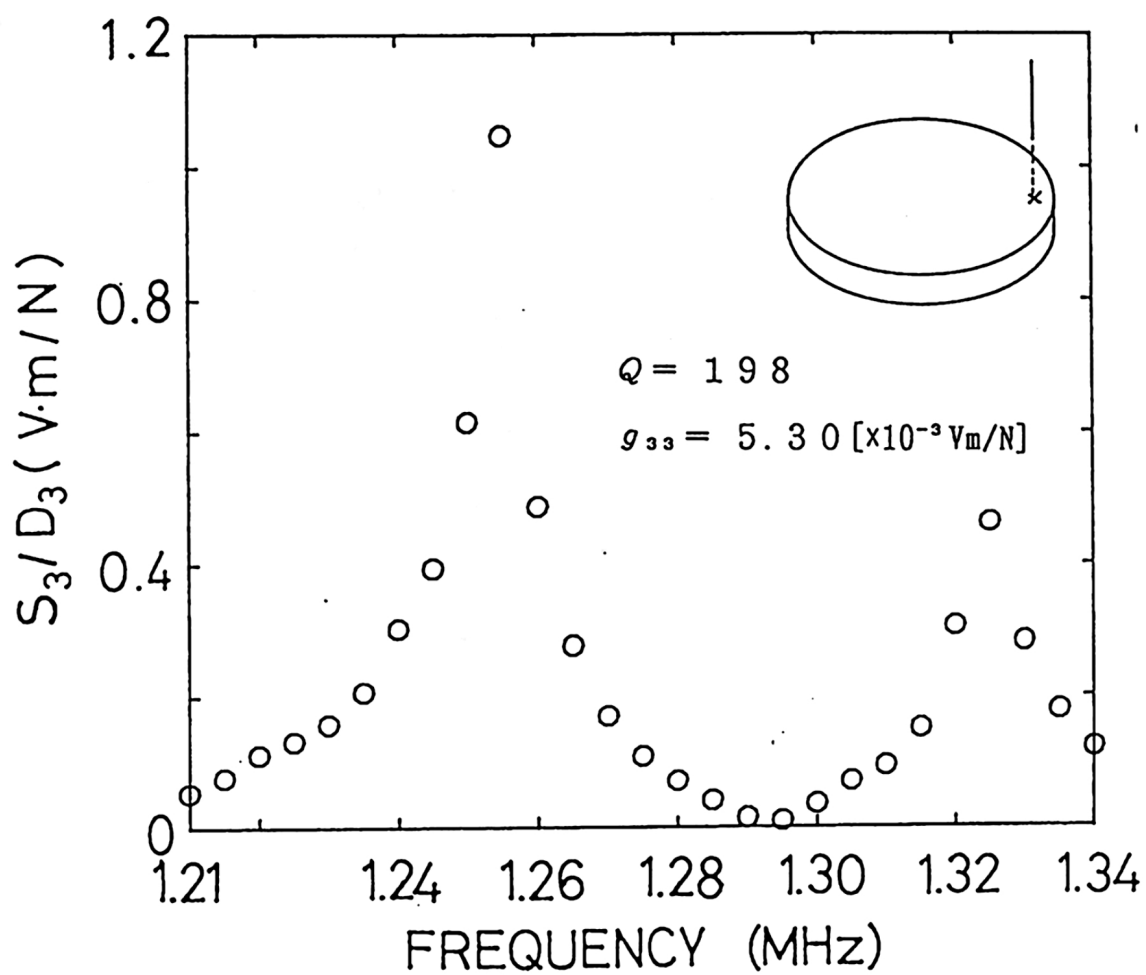
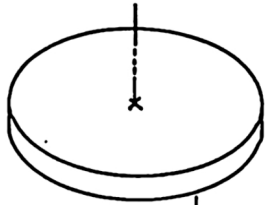
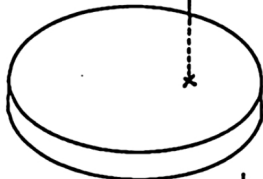


Fig. A - 5 Z 方向への厚み振動（第 1 共振点）の測定結果
 (b) 端

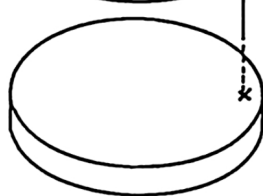
カタログ値 $d_{33} = 4.10 [\times 10^{-10} \text{ m/V}]$



$d_{33} = 4.31 [\times 10^{-10} \text{ m/V}]$



$d_{33} = 3.81 [\times 10^{-10} \text{ m/V}]$

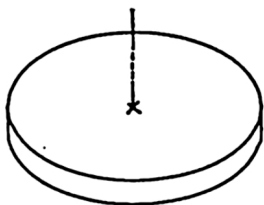


$d_{33} = 2.69 [\times 10^{-10} \text{ m/V}]$

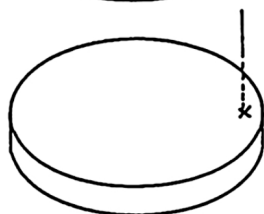
Table A-1

カタログ値の d_{33} と測定された d_{33}

カタログ値 $g_{33} = 22 [\times 10^{-3} \text{ Vm/N}]$



$g'_{33} = 42.4 [\times 10^{-3} \text{ Vm/N}]$



$g'_{33} = 5.30 [\times 10^{-3} \text{ Vm/N}]$

Table A-2

カタログ値の g_{33} と測定された g'_{33}

謝辞

本研究を行うにあたり、終始、適切なご指導をいただき、ご助言をしてくださいました塩寄 忠助教授に深く感謝いたします。また、助言や、励ましの言葉をかけてくださった清水 勝助手に感謝いたします。

量子エレクトロニクス講座 博士課程の大木道生氏には本研究の直接の指導をしていただきました。研究の理論面から実際の実験法に至るまで、懇切丁寧な指導をいただきました。くじけそうなときには、叱咤激励していただき、多くの教訓を与えてくださいました。感謝の意に絶えません。修士課程一回生の嶋名尾味氏には、実験系の製作を手伝っていただき、感謝いたします。

古河電気工業（株）の大前和哉氏、平松秀世氏には、実験装置に関してお世話になりました。（株）村田製作所の方々には圧電振動子、基板材料についてお世話になりました。ありがとうございました。

量子エレクトロニクス講座の皆様には、色々お世話になりました。皆様の研究の今後の発展を願って止みません。

最後に、色々としんぱりなことで迷惑をおかけし、私を陰ながら支えてくださった方々に感謝いたします。

参考文献

- 1 大木道生、京都大学 修士論文 (1990)
- 2 J. E. Bowers, R. L. Jungerman, B. T. Khuri-Yakub, and G. S. Kino: An All Fiber-Optic Sensor for Surface Acoustic Wave Measurements, Jour. Lightwave Tech., LT-1 (1983), 429
- 3 池田拓朗、圧電材料学の基礎、(オーム社、昭和59年)
- 4 尾上守夫監修、電気電子のための固体振動論の基礎、(オーム社、1982)
- 5 大木道生、嶋 名尾味、塩寄 忠、電子情報通信学会超音波研応用音響研資料 (1991. 1. 25)
- 6 T. Ogawa, K. Minai, and Wakino: Pore-Free, Fine-Grained Piezoelectric Ceramics for High-Frequency Surface Acoustic Wave Devices, Advanced Ceramic Materials, 1 [3] 271-76 (1986)