

修士論文

題目

電力動搖現象の
カオス力学論的考察

指導教官

上田暎亮 教授

京都大学大学院工学研究科 電気工学第二専攻

氏名

喜多敏博

平成5年2月10日

目 次

第 1 章 はじめに	1
第 2 章 1 機無限大母線系統を表すモデル	3
2.1 同期機のモデル	3
2.1.1 パークの式	3
2.1.2 機器定数とモデルの定数との関係	5
2.2 送電線および無限大母線を表す方程式	6
2.3 制御系のモデル	8
2.3.1 AVR	8
2.3.2 PSS	10
2.3.3 ガバナ（調速装置）	11
2.4 APSA のモデルとの相違点	12
第 3 章 時系列解析の方法	14
3.1 諸方法の概要	14
3.1.1 周波数スペクトル	14
3.1.2 時系列データからの軌道の構成	16
3.1.3 相関次元	17
3.2 いくつかの数値例	19
3.2.1 周期振動	19
3.2.2 概周期振動	19
3.2.3 ホワイトノイズ	20
3.2.4 周波数特性のあるノイズ信号	20
3.2.5 カオス振動	21
第 4 章 APSA (高性能系統解析試験装置) を用いた実験	22
4.1 APSA の概要	23
4.1.1 開発の意義	23

4.1.2 仕様とモデル	24
4.2 実験の測定方法と設定条件	25
4.3 結果および考察	26
4.3.1 ケース A	26
4.3.2 ケース B	29
第 5 章 計算機によるシミュレーション	30
5.1 APSA 実験のケースの再現	30
5.2 2 次元モデル	31
5.3 引力圈断面に対する制御装置の影響	32
5.3.1 制御系を除外した場合	33
5.3.2 AVR が動作する場合	33
5.3.3 AVR, PSS が動作する場合	34
第 6 章 まとめ	36
謝 辞	38
参考文献	39
付録 A 定数	40
付録 B 変数	41

第 1 章 はじめに

電力系統は我々の社会の中に存在する最も大きく複雑なシステムの 1 つであり、それを安定に運転することは極めて重要な課題である。歴史的にも、電力系統の安定度解析は古くから興味の対象となり、多数の研究者が様々な方法で成果を挙げている。

ところで、電力系統では様々な振動現象が生じる。

それは従来、主に線形理論を用いて解析されてきた。しかし実際の電力系統では、系の非線形特性に深く関わる振動現象が現れているようである。

また安定度解析として、安定か不安定かの判別に加えてどのような形態の振動がいかなる条件のもとで生じるかを観察することは、電力系統の安定度に直接かかわる重要な問題だと思われる。

非線形振動は一般に解析が困難であり、電力系統の分野でもまだ意外なほど詳しく調べられていないが、電力需要の増大や系統制御の高度化にともない非線形特性を考慮した議論は今後欠かせないものになるだろう。

この論文では、電力系統に現れる振動現象の 1 つとして電力動搖現象を取りあげ、それを模擬系統による実験および計算機シミュレーションによって観察する。

実験には、APSA（高性能系統解析試験装置；詳しくは 4 章を参照）を利用した。実験やシミュレーションでは実系統で用いられている機器定数、制御定数を用いた。対象とした系統は 1 機無限大母線系統で、生じる電力動搖に対して、カオス性の検討を含む時系列解析を行った。その結果、カオス的電力動搖や各種の分岐など、いくつかの興味深い現象が観察できた。

以下に各章の概略を述べる。

第 2 章では解析に用いるモデルについて述べる。1 機無限大系統における同期機と、それに付随する制御系の特性をあらわす微分方程式を導出し、まとめる。

第 3 章では実験データを解析する方法を概説する。

近年カオス現象が認知され、一見確率統計的な現象に見えていた実はカオス現象であったと言う事例が様々な分野で見つかっている。この研究でも電力系統

に生じる振動現象のカオス性を実験的に確認することを主眼としている。

一般に実験データには、注目する現象とは関係のないノイズが混入する。現象を正しくとらえるためには、ノイズの影響を排除できるような解析方法が必要となる。この目的に適したいくつかの方法を述べ、具体的な数値例を挙げてそれぞれの方法がどのように有効であるかを示す。

第4章においては、行った実験について述べる。実験のねらいや装置と測定方法、実験の内容を説明した後、得られた結果を示し、それについて考察を加える。

第5章の前半では、第4章での実験の結果をデジタル計算機上で再現することを試みる。章の後半は、計算によって実験に用いたのと同じ系統で現れる引力圏境界（すなわち安定限界点）の断面を調べる。

第6章では得られた結果と今後の課題をまとめる。

第 2 章 1 機無限大母線系統を表すモデル

この章では 3 章の解析に用いる 1 機無限大母線系統を表すモデルを導く。

解析を容易にするため、この論文では 3 相平衡、つまり abc 各相の回路が対称である場合を考える。

4 章の実験に用いた APSA で採用されているモデルも以下に示すものと同様のものであるが、詳細は異なる。その相違点については 2.4 にまとめる。

2.1 同期機のモデル

2.1.1 パークの式

ここに示す同期機のモデルは、2 本の制動巻線 (kd, kq の添字で示す) を含むパークの式 (Park's Equation) である。

この論文では abc 相の量 $(x_a \ x_b \ x_c)^T$ から dq 軸上の量 $(x_d \ x_q \ x_0)^T$ へ変換する変換行列 K として

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 2/3\pi) & \cos(\theta_r + 2/3\pi) \\ -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - 2/3\pi) & -\sin(\theta_r + 2/3\pi) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

を用いることにする。

また逆変換に用いる K^{-1} は

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 1 \\ \cos(\theta_r - 2/3\pi) & -\sin(\theta_r - 2/3\pi) & 1 \\ \cos(\theta_r + 2/3\pi) & -\sin(\theta_r + 2/3\pi) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

となる。

モデルの中の 2 本の制動巻線は、実際に同期機に埋め込まれた巻線を表しているだけでなく、同期機の回転子の中を流れる渦電流の影響を考慮する意味も含まれている。

また、ここでは 0 軸座標における諸量についての式は記述しない。abc 相が平衡している条件の下では、0 軸電流、磁束等は常に 0 になるからである。

同期機、送電線のモデルについては、原則として単位は実用値の単位 (MKS 単位系) を用いる。pu 値で表す時は上つきの * を添えて実用値と区別する。単位法での基準値は下付き添字 B によって表す。

(例: $P^* = P/P_B$)

変数の上のドットは時間微分を表ものとする。すなわち $\dot{\psi} = \frac{d}{dt}\psi$ である。

固定子仮想 d 軸巻線、固定子仮想 q 軸巻線をそれぞれ、添字 d, q で表すと

$$v_d = \dot{\psi}_d - r_a i_d - \omega_r \psi_q, \quad (2.3)$$

$$v_q = \dot{\psi}_q - r_a i_q + \omega_r \psi_d. \quad (2.4)$$

回転子の巻線については、界磁巻線は f、制動巻線は kd, kq の添字で表す。kd は界磁巻線と同じ方向に磁束を発生させる制動巻線であり、kq はそれとは垂直な方向に磁束を発生させる制動巻線である。

$$v_f = \dot{\psi}_f + r_f i_f, \quad (2.5)$$

$$0 = \dot{\psi}_{kd} + r_{kd} i_{kd}, \quad (2.6)$$

$$0 = \dot{\psi}_{kq} + r_{kq} i_{kq}. \quad (2.7)$$

運動方程式は次のようになる。

$$J \ddot{\omega}_r = \left(\frac{\text{POLE}}{2} \right) (T_M - T_e), \quad (2.8)$$

$$\dot{\delta} = \omega_r - \omega_B. \quad (2.9)$$

ただし

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{\text{POLE}}{2} \right) (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \quad (2.10)$$

また、電流 i と磁束鎖交数 ψ との間には次のような線形の関係が成り立つとする。つまり、ここでは磁気飽和の効果は無視する。

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_f \\ \psi_{kd} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega_B} \begin{pmatrix} -X_d & X_{md} & X_{md} \\ -X_{md} & X_f & X_{md} \\ -X_{md} & X_{md} & X_{kd} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\begin{pmatrix} \psi_q \\ \psi_{kq} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega_B} \begin{pmatrix} -X_q & X_{mq} \\ -X_{mq} & X_{kq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ i_{kq} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

これを電流 i について解くと次のようになる。

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_f \\ \psi_{kd} \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\begin{pmatrix} i_q \\ i_{kq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_q \\ \psi_{kq} \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

ただし

$$\begin{pmatrix} b_{ij} \end{pmatrix} = \frac{1}{D_d} \begin{pmatrix} X_f X_{kd} - X_{md}^2 & -X_{md} X_{kd} + X_{md}^2 & -X_{md} X_f + X_{md}^2 \\ X_{md} X_{kd} - X_{md}^2 & -X_d X_{kd} + X_{md}^2 & X_d X_{md} - X_{md}^2 \\ X_{md} X_f - X_{md}^2 & X_d X_{md} - X_{md}^2 & -X_d X_f + X_{md}^2 \end{pmatrix},$$

$$D_d = \frac{1}{\omega_B} X_{md}^2 (X_d - 2X_{md} + X_f + X_{kd}) - X_d X_f X_{kd}. \quad (2.15)$$

$$\begin{pmatrix} a_{ij} \end{pmatrix} = \frac{1}{D_q} \begin{pmatrix} X_{kq} & -X_{mq} \\ X_{mq} & -X_q \end{pmatrix},$$

$$D_q = \frac{1}{\omega_B} (X_{mq}^2 - X_q X_{kq}). \quad (2.16)$$

2.1.2 機器定数とモデルの定数との関係

電力系統のシミュレーションを行う時、同期機の特性を示す定数としてしばしば与えられるのは M, X'_d, T'_d などの機器定数である。そこでこれらの機器定数を前節のモデルの定数に変換する必要がある。この変換について明記した文献は意外に少ない。ここでは Krause 著 Analysis of Electric Machinery¹⁾ 6 章を参考にして導出した変換式を、過程を省略して示す。

与えられる定数は

$$M, X_d, X_q, X'_d, X''_d; X''_q, X_l, T'_d, T''_d, T''_{q0}, T_a$$

である。

$$J = \left(\frac{\text{POLE}}{2} \right) \frac{P_B}{\omega_B^2} M \quad (2.17)$$

$$X_{md} = X_d - X_l \quad (2.18)$$

$$X_{mq} = X_q - X_l \quad (2.19)$$

$$X_{lf} = \left(\frac{1}{X'_d - X_l} - \frac{1}{X_{md}} \right)^{-1} \quad (2.20)$$

$$X_{lkd} = \left(\frac{1}{X''_d - X_l} - \frac{1}{X_{md}} - \frac{1}{X_{lf}} \right)^{-1} \quad (2.21)$$

$$X_{lkq} = \left(\frac{1}{X''_q - X_l} - \frac{1}{X_{mq}} \right)^{-1} \quad (2.22)$$

$$X_f = X_{lf} + X_{md} \quad (2.23)$$

$$X_{kd} = X_{lkd} + X_{md} \quad (2.24)$$

$$X_{kq} = X_{lkq} + X_{mq} \quad (2.25)$$

$$r_a = \frac{X_q + X_d + X_l}{\omega_B T_a} \quad (2.26)$$

$$r_f = \frac{1}{\omega_B T'_d} \left(\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_l} \right) \quad (2.27)$$

$$r_{kd} = \frac{1}{\omega_B T''_d} \left\{ X_{lkd} + \left(\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_l} + \frac{1}{X_{lf}} \right)^{-1} \right\} \quad (2.28)$$

$$r_{kq} = \frac{X_{kq}}{\omega_B T''_{q0}} \quad (2.29)$$

2.2 送電線および無限大母線を表す方程式

送電線のモデルは図 2.1 に示すものである。線路の対地容量（並列サセプタンス）は簡単のため無視する。また線路の直列インダクタンス L_l は同期機の昇圧トランスの漏れインダクタンスも含むものとする。

例えば a 相について

$$v_a - v_{a\infty} = R_l i_{al} + L_l i_{al} \quad (2.30)$$

が成り立つ。b 相、c 相についても全く同様である。これらを (2.1) により dq 変換すると、d 軸座標、q 軸座標においてそれぞれ

$$v_d - v_{d\infty} = R_l i_{dl} + L_l i_{dl} - L_l \omega_r i_{ql}, \quad (2.31)$$

$$v_q - v_{q\infty} = R_l i_{ql} + L_l i_{ql} + L_l \omega_r i_{dl}. \quad (2.32)$$

となる。同期機端子に並列につながる回路要素を無視しているので、 $i_{dl} = i_d$, $i_{ql} = i_q$ である。これを用いると (2.31), (2.32) は

$$v_d = v_{d\infty} + R_l i_d + L_l (i_d - \omega_r i_q), \quad (2.33)$$

$$v_q = v_{q\infty} + R_l i_q + L_l (i_q + \omega_r i_d). \quad (2.34)$$

また、無限大母線電圧の瞬時値 $v_{a\infty}, v_{b\infty}, v_{c\infty}$ を

$$\begin{pmatrix} v_{a\infty} \\ v_{b\infty} \\ v_{c\infty} \end{pmatrix} = \sqrt{2/3} V_\infty \begin{pmatrix} \cos \omega_B t \\ \cos(\omega_B t - 2/3\pi) \\ \cos(\omega_B t + 2/3\pi) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

とする。これを dq 変換し、(2.9) において δ の初期値を適当に選んで

$$\delta = \theta_r - \omega_B t \quad (2.36)$$

となるようにすれば

$$v_{d\infty} = \sqrt{2/3} V_\infty \sin \delta \quad (2.37)$$

$$v_{q\infty} = \sqrt{2/3} V_\infty \cos \delta \quad (2.38)$$

となることが分かる。

(2.13), (2.14) を代入し (2.5), (2.6), (2.7) を用いると

$$\begin{aligned} v_d &= \sqrt{2/3} V_\infty \sin \delta + R_l i_d + L_l a_{11} \psi_d \\ &\quad - L_l (a_{12} r_f i_f + a_{13} r_{kd} i_{kd} - a_{12} v_f + \omega_r i_q), \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} v_q &= \sqrt{2/3} V_\infty \cos \delta + R_l i_q + L_l b_{11} \psi_q \\ &\quad - L_l (b_{12} r_{kq} i_{kq} - \omega_r i_d). \end{aligned} \quad (2.40)$$

結局 (2.39) と (2.3), (2.40) と (2.4) を連立させて解く（すなわち v_d, v_q を消去する）ことになる。

その結果

$$\begin{aligned} \psi_d &= \frac{1}{1 - L_l a_{11}} \left\{ \sqrt{2/3} V_\infty \sin \delta + (R_l + r_a) i_d + \omega_r \psi_q \right. \\ &\quad \left. - L_l (a_{12} r_f i_f + a_{13} r_{kd} i_{kd} - a_{12} v_f + \omega_r i_q) \right\}, \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\dot{\psi}_q = \frac{1}{1 - L_l b_{11}} \left\{ \sqrt{2/3} V_\infty \cos \delta + (R_l + r_a) i_q - \omega_r \psi_d - L_l (b_{12} r_{kq} i_{kq} - \omega_r i_d) \right\}. \quad (2.42)$$

となる。

2.3 制御系のモデル

同期機とその制御系の関係を図 2.2 に示す。この節では AVR、PSS、ガバナのそれぞれのモデルについて述べる。

モデルは基本的に線形モデルであり、非線形要素は飽和要素以外はない。

以下の制御系内部の変数はすべて単位法で表示する。そのため制御系の入力、出力は単位法での値 (* の上つきで示す) にしなければならない。

各制御系に含まれる飽和要素は、関数 $S(g, U, L)$

$$S(g, U, L) = \begin{cases} g & (L \leq g \leq U) \\ L & (g < L) \\ U & (g > U) \end{cases} \quad (2.43)$$

で表す。

2.3.1 AVR

AVR (Automatic Voltage Regulator; 自動電圧調整装置) は励磁電圧 v_f を制御することにより、同期機の端子電圧 V_t を一定に保持する役割をもつ制御装置である。

AVR のモデルの 1 例を伝達関数表示で図 2.3 に示す。なお、図 2.3 において細実線に付けた変数は、時間領域での変数を示す。

ここでは図 2.3 に示したような非自励式 AVR (Exciter すなわち励磁機や励磁回路の電源を同期機の端子電圧からとらない方式) の方程式を示す。

変数 g_{V1}, g_{V2}, g_{V3} はそれぞれ電圧検出部、增幅器、励磁機のブロックの出力である。

各ブロックは 1 次遅れ要素の形で表されている。

電圧検出部は同期機の端子電圧の実効値を測るセンサーである。理想的には端子電圧が変化するのと同時にセンサー出力も変化するはずだが実際には若干

の遅れを伴う。時間スケールの長い現象に関しては、このブロックの時定数は無視して $T_{V1} = 0$ として、入出力関係は単なる定数倍と考えても差し支えない。

増幅器は、実際の端子電圧と目標電圧値との間の偏差を表す信号を增幅し、(例えば) 後段の励磁機を励磁する電圧を出力する。この部分の時定数 T_{V2} は、增幅回路での遅れであるから、数百ミリ秒のオーダーになる。

励磁機は同期発電機の励磁電圧を発生する直流機である。このブロックでの時間遅れは、励磁機自身の励磁特性に基づく遅れである。

この部分に直流機を用いる時は、場合によっては数秒のオーダーの時定数 T_{V3} を持つが、サイリスタの回路を用いた場合はかなり小さくなる。

$$\dot{g}_{V1} = \frac{1}{T_{V1}} \left\{ -g_{V1} + \frac{G_{V1}}{V_{tB}} (V_{ts} - V_t) \right\} \quad (2.44)$$

$$\dot{g}_{V2} = \frac{1}{T_{V2}} \left\{ -g_{V2} + G_{V2}(g_{V1} + g_{PSS} - g_{V4}) \right\} \quad (2.45)$$

$$\dot{g}_{V3} = \frac{1}{T_{V3}} \left\{ -g_{V3} + G_{V3}S(g_{V2}, U_{lV1}, L_{lV1}) + \frac{v_{fs}}{v_{fB}} \right\} \quad (2.46)$$

(2.44) に含まれる端子電圧 V_t は

$$V_t = \sqrt{3/2 (v_d^2 + v_q^2)} \quad (2.47)$$

で与えられる。また (2.46) の v_{fs} が 0 であっても AVR は動作する。しかしこの時 G_{V2} などの AVR ゲインの値が小さいと、端子電圧 V_t と指令値 V_{ts} の間の定常偏差は大きくなる。

g_{V4} は AVR の動作を安定化する目的で付加された回路の出力信号である。

$$\dot{g}_{V4} = \frac{1}{T_{V4}} \left\{ -g_{V4} + G_{V4} S(g_{V2}, U_{lV1}, L_{lV1}) \right\} \quad (2.48)$$

ただし、この式に含まれる $S(g_{V2}, U_{lV1}, L_{lV1})$ は

$$\dot{S}(g_{V2}, U_{lV1}, L_{lV1}) = \begin{cases} g_{V2} & (L_{lV1} \leq g_{V2} \leq U_{lV1}) \\ 0 & (g_{V2} < L_{lV1} \text{ or } g_{V2} > U_{lV1}) \end{cases} \quad (2.49)$$

と表されるものとする。 g_{V2} は式 (2.45) で与えられる。このブロックの時定数は一般的には数百ミリ秒のオーダーである。

AVR の出力である励磁電圧 v_f は

$$v_f = v_{fB} S(g_{V3}, U_{lV2}, L_{lV2}). \quad (2.50)$$

v_f の定格値 v_{fB} は、「同期機端子を解放した状態で端子電圧 V_t が定格電圧 V_{tB} になるような励磁電圧」と定義する。このとき

$$v_{fB} = \frac{r_f}{X_{md}} \sqrt{2/3} V_{tB} \quad (2.51)$$

となる。

2.3.2 PSS

PSS (Power System Stabilizer; 系統安定化装置) は発電機出力が振動的に変動するのを抑える役割をもつ制御装置である。

PSS が行うのは同期発電機の出力 P の変動（または回転数 ω_r の変動）を検出し、それに基づき AVR に与える指令値を動的に制御することである。換言すれば PSS は、AVR という制御装置を制御する上位の制御装置であるともいえる。

PSS のモデルの一例を図 2.4 に示す。図の中の記号の意味などは AVR の場合と同じである。

$$\dot{g}_{S1} = -\frac{1}{T_{S1}} g_{S1} + g_{S0} \quad (2.52)$$

PSS への入力 g_{S0} には回転数偏差、出力偏差などが用いられるが、ここでは出力偏差を用いる。

$$g_{S0} = P_{Ms}^* - P^* \quad (2.53)$$

とする ($g_{S0} = P^* - P_{Ms}^*$ ではないことに注意)。 P_{Ms}^* は定数なので、

$$\dot{g}_{S0} = -P^* = -\dot{P} / P_B \quad (2.54)$$

となる。

簡単のため P について次のような近似を行う。

$$P \simeq \omega_{\text{mech}} T_e = \left(\frac{2}{\text{POLE}} \right) \omega_r T_e \quad (2.55)$$

(2.55) から、(2.54) において P は

$$\begin{aligned} \dot{P} &\simeq \left(\frac{2}{\text{POLE}}\right) \left(\dot{\omega}_r T_e + \omega_r \dot{T}_e\right) \\ &= \frac{1}{J} T_e (T_M - T_e) + \frac{3}{2} \omega_r \left(\dot{\psi}_d i_q + \psi_d \dot{i}_q - \dot{\psi}_q i_d + \psi_q \dot{i}_d\right) \end{aligned} \quad (2.56)$$

ただし

$$\dot{i}_d = a_{11} \dot{\psi}_d + a_{12} \dot{\psi}_f + a_{13} \dot{\psi}_{kd}, \quad (2.57)$$

$$\dot{i}_q = b_{11} \dot{\psi}_q + b_{12} \dot{\psi}_{kq}. \quad (2.58)$$

(2.1.1も参照) 以上で、(2.52) が状態変数とその微分のみで表されたことになる。他のブロックについては、以下のようになる。

$$\dot{g}_{S2} = \frac{1}{T_{S3}} \left(-g_{S2} + g_{S1} + T_{S2} \dot{g}_{S1}\right) \quad (2.59)$$

$$\dot{g}_{S3} = \frac{1}{T_{S8}} (-g_{S3} + G_{S8} g_{S2}) \quad (2.60)$$

$$g_{\text{PSS}} = S(g_{S3}, U_{lS}, L_{lS}) \quad (2.61)$$

2.3.3 ガバナ（調速装置）

同期機は電気的な負荷が増すに従い、回転速度が減少する。ガバナ（Speed Governor; 調速装置）は回転速度 ω_r の変化を検知し、増加した電気的な負荷に見合うように機械的入力 T_M を調整する。それによって回転数の変動を抑えるように働く。

式 (2.62) の r_G は調停率と呼ばれるもので、定常的な静止状態において（回転速度 ω_r の減少分）/（出力 P の増加分）を百分率で表すものである。

$$\dot{g}_{G1} = \frac{1}{T_{G1}} \left\{ -g_{G1} + \frac{100}{r_G} \frac{\omega_r - \omega_B + G_G \dot{\omega}_r}{\omega_B} \right\} \quad (2.62)$$

$$\dot{g}_{G2} = S \left[\frac{1}{T_{G2}} \{T_{Ms}/T_B - g_{G1} - S(g_{G2}, U_{lG}, L_{lG})\}, \frac{1}{T_3}, \frac{1}{T_6} \right] \quad (2.63)$$

$$\dot{g}_{G4} = \frac{1}{T_{G4}} \{-g_{G4} + S(g_{G2}, U_{lG}, L_{lG})\} \quad (2.64)$$

$$\dot{g}_{G5} = \frac{1}{T_{G5}} (-g_{G5} + g_{G4}) \quad (2.65)$$

$$T_M = T_B \{ K_G g_{G4} + (1 - K_G) g_{G5} \} \quad (2.66)$$

2.4 APSA のモデルとの相違点

前節までに示したモデルは第5章のシミュレーションに用いるものだが、第4章のAPSAの系統のモデルとはいいくつかの相違点がある。ここではAPSAのモデルが異なる点についてまとめる。モデルの特性に影響が大きいと思われる順序で列挙する。

ノイズがデータに混入する

これは、モデルの差異と言うよりむしろ、模擬系統（アナログシミュレータ）とデジタルシミュレーションの違いと言うべきだが、APSAのデータには常にノイズがつきまとう。それも単に本来のデータにノイズが加算されているだけではなく、系の中にノイズが入り込んで、系の特性をかなり乱しているようである。これは各制御系の入力にノイズが混入するためそれが出力にも反映し、同期機にノイズ成分の混じった制御をかけるのが原因と思われる。ノイズの発生源としては、もともと装置に固有の（熱雑音等の）ノイズの他、Pなどの値を算出する際に、3相が厳密には平衡していない為に120[Hz]などの高調波の成分が残ってしまうことや、制御系のアナログ-デジタル変換のクロックが漏れてしまうことなどが考えられる。

しかしこのようなことは実系統でも往々にしてあると思われる。系統の制御系の入力信号には、様々な外乱が混入するであろうし、その影響は系統状態によっては無視できないだろう。従ってAPSAのようなアナログシミュレータを用いることには、ノイズが混入するということも含めて、実系統に現れる現象に近いものが観察できるという利点があると思う。

同期機の磁気飽和特性を考慮している

この章のモデルでは電流*i*と磁束鎖交数 ψ とは線形の関係を持っているとして、磁気飽和を無視したが、APSAの同期機モデルでは磁気飽和は考慮してある。飽和特性は無負荷飽和曲線を折れ線近似で指定し、それに基づいて同期機内部の電流と磁束鎖交数の関係を定めている。

同期機に負荷が大きくかかる場合には、飽和特性の考慮の有無が系の特性に大きく関わってくることが予想される。

送電線は π 型回路の直列で構成する

この章では、送電線は極めて単純なモデルを想定し、送電線の対地容量、コンダクタンスを無視し、直列インピーダンスだけの形で表した。APSA では送電線モデルはいわゆる模擬送電線であり、計算によって特性を実現するのではなく、実際に導線を巻いたコイルとコンデンサで π 型等価回路を構成している。なお、1つの π 型等価回路の線路長は限られたものなので、線路長の長い系統を構成する時は、いくつかの π 型等価回路を直列につなぐことになる。

ψ_d, ψ_q の過渡現象を無視している

APSA では磁束鎖交数 ψ_d, ψ_q の変化の時定数は十分小さいとしてその過渡現象は無視し、 $\dot{\psi}_d = 0, \dot{\psi}_q = 0$ と置いた式を用いている。この場合、 ψ_d, ψ_q の値を算出するのは収束計算になる。

制御系は同期機の外にある

この章のモデルでは制御系の入力はすべて式の形で与えたので、制御系は同期機内部の状態変数の値がわからないと動かないが、APSA では制御系は実系と同様に同期機の外部に配置され、センサーによって値を検出しそれを制御系の入力として動作している。

第3章 時系列解析の方法

この論文では振動の形態を大きく4つに分類し、以下の用語を用いる。定性的に各々の特徴を述べると次のようになる。

周期振動 単一周波数振動あるいは周波数が有理数比の複数の周波数が重なった振動

概周期振動 周波数が無理数比の複数の周波数が重なった振動

カオス振動 力学系のモデルが確定的であるにもかかわらず確率過程的な性質をもつ振動

ランダムノイズ 系を記述するのに本質的に確率統計現象として扱うべき振動

この章ではこれらを判別する方法を概説し、次に具体的な数値例を示す。

3.1 諸方法の概要

3.1.1 周波数スペクトル

時系列データをそのまま時間領域において観察するのは時間幅の取り方変わってくるが、どの程度の時間幅で見ればよいのかは対象によって違う。

周波数領域で解析をすれば、周波数成分の分布状況を見ることにより時系列データがどのような時間変動の特性を持っているかをかなり的確に把握することができる。

周波数分析には、FFT（高速フーリエ変換）をはじめとして工夫を凝らした方法が数多くあるが、ここではもっとも基本的なフーリエ級数展開を用いて解析する。すなわち元になる時系列 $g(t)$ がある角周波数を ω_0 として、

$$g(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (3.1)$$

と表されるものと考え、 $C_n(n = 0, 1, 2 \dots)$ を以下の積分によって求める。 $n \neq 0$ について

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} g(t) \cos n\omega_0 t dt, \quad (3.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} g(t) \sin n\omega_0 t dt, \quad (3.3)$$

$$\theta_n = -\tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}, \quad (3.4)$$

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}. \quad (3.5)$$

$n = 0$ について

$$C_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} g(t) dt. \quad (3.6)$$

ω_0 の選び方だが、長さが T_d の時系列データに対しては

$$\omega_0 = 2\pi/T_0 \quad (3.7)$$

と選ぶことにする。またデータの時間刻みが t_s の時、標本化定理より

$$n \leq \frac{\pi}{t_s \omega_0} = \frac{T_0}{2t_s} \quad (3.8)$$

でなければならない。

時間的に周期性を持った時系列の周波数スペクトルは、その周期に相当する周波数に鋭いピークを持ち、線スペクトルになる。波形が正弦波でなく歪みを生じている場合、基本周波数の整数倍のところにもピークが現れる。

周波数スペクトルが線スペクトルの形状をしている場合でも、複数の周波数成分があり、しかも1つのピークの周波数ともう一つのピークの周波数の比が有理数にならず無理数比になる場合は、様子が少し異なる。

このとき時系列には基本周波数が定まらず、波形を観察すると同じ波形の繰り返しが全くない複雑な波形となる。このような振動を概周期振動という。

上の二つの場合以外に、スペクトルが連続的になる信号がある。時系列波形は極めて複雑で、確率過程的な現象に見える。これを非周期振動と呼ぶ。

非周期振動にはランダムノイズとカオスが含まれ周波数スペクトルを観察するだけでは、両者の区別はつけ難い。

3.1.2 時系列データからの軌道の構成

電力系統のような物理系のふるまいは、ある力学法則によって支配されると考えることができる。そのとき系の状態は、その系の力学法則をあらわす微分方程式の状態変数の値によって規定される。

状態変数の変化をその位相空間の中で観察することは系に生じるさまざまな現象を理解するのに極めて有効である。

しかし実験によって系のふるまいを観察する時、実験対象の系の状態変数をすべて実験によって観察することができるとは限らない。このような場合に、「ある 1 変数の時系列データから、それを生成する系の軌道と同じトポロジーを持つものを構成する」有力な方法がある

それは「埋めこみ法」²⁾と呼ばれるもので、実験データを解析する 1 つの手段として広く用いられてきている。系の軌道が元来 n 次元の位相空間にあるとすると、限られた変数の時系列データから、 n 次元のベクトルを作らねばならないことになる。

方法の概念図を図 3.1 に示す。図 3.1 (a) のような離散時刻でサンプリングされた時系列データがあるとする。このデータのサンプリング間隔を Δt とする。これを例えれば (b) のような 3 次元の空間に埋め込む場合を考える。「埋め込む時の時間遅れ」 t_l を $4\Delta t$ とする。

(a) の時刻 t の点を基準すると、そこから t_l の間隔をおいてあと 2 点を取り出す。つまり、時刻 $t + 4\Delta t$ と $t + 8\Delta t$ における点を抽出する。これらの点の値を図のようにそれぞれ d_n, d_{n+4}, d_{n+8} と表すと、(b) での埋め込まれた点の座標は (d_n, d_{n+4}, d_{n+8}) となる。次に時刻を Δt だけずらして、同様に時刻 $t + \Delta t, t + 5\Delta t, t + 9\Delta t$ の点を $(d_{n+1}, d_{n+5}, d_{n+9})$ として埋め込む。これをすべての時刻について行うと所望の 3 次元空間の軌道が得られる。

埋め込む先の空間の次元を「埋め込み次元」といい、上の例の場合は埋め込み次元は 3 である。

埋め込まれた軌道はそれぞれの振動形態の特徴をよく表し、周期振動の軌道は 1 本の直線を形成し、概周期振動の軌道はある平面図形や立体図形などの部分空間を埋め尽くす。カオス、ランダムノイズはいずれも複雑な軌道を形作るが、ランダムノイズの軌道はある有限次元の空間でその構造を表し得ないので対して、カオス振動の軌道は有限次元のベクトル場を特徴づける構造をしてい

る。

この手法を次の 3.1.3 の相関次元測定と組み合わせることで実験で得られた時系列がカオスであるかノイズであるかをある程度定量的に判別することができる。

3.1.3 相関次元

考察対象の系の軌道を観察することは、例えば 2 次元平面上に軌道を射影したものであっても、その系のベクトル場の特徴を把握する上で非常に有効である。特にアトラクタ、すなわち定常状態での軌道は物理的、工学的視点から興味の対象となる。単にアトラクタの形状を示すだけでなく、定量的に特徴づけられれば詳細に系の状態を検討することができる。

アトラクタの形状を特徴づける量は様々なものがあるが、ここでは相関次元の測定について述べる。相関次元はフラクタル次元の 1 種で、通常の整数の次元とは違い、一般に非整数の値をとる。フラクタル次元には他にも容量次元、情報次元などがあり、またアトラクタ上のベクトル場を示す量であるリアプロフ数を用いて定義するリアプロフ次元もアトラクタの次元を示す量として用いられる。これらの次元の測定は、次元が高くなると膨大な計算時間が必要なことや、データの個数が少ない時の誤差が大きくなるなどの理由で実験によって与えられた時系列データに対してはあまり適さない。

また、相関次元はこれらより次元を低めに見積もることがわかっている²⁾。

相関次元の定義を以下に示す。次のような関数 $C(r)$ を用いて、離散的なデータについて定義できる。

$$C(r) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} [|x_i - x_j| < r \text{ を満たす } i, j \text{ ペアの数}] \quad (3.9)$$

ただし x_i, x_j はアトラクタ上の点を示すベクトルで、 i, j は点の番号、 $|x_i - x_j|$ は 2 点間の距離、 m はすべての点の個数を示す。

もう少し厳密に書くと

$$C(r) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} \sum_{i,j=1}^m H(r - |x_i - x_j|) \quad (3.10)$$

ただし $H(x)$ はヘビサイド関数で

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (3.11)$$

となる。この $C(r)$ が適当な大きさの r に対して

$$C(r) \propto r^\nu \quad (3.12)$$

となるとき、 ν を相関次元と言う。

相関次元 ν の幾何的なイメージを図 3.2 に示す。例として 2 次元の平面上で考える。

簡単に言えば、アトラクタ上のある 1 点を基準として、その点から距離 r 以内の範囲に入るその他の点の個数が $C(r)$ となる*。

図 3.2 (a) だと点は曲線上にのっているので点の数は r に比例して増えていくので

$$C(r) \propto r^1 \quad (3.13)$$

となり、相関次元 $\nu = 1$ となることがわかる。図 3.2 (b) は平面的に分布している場合で点の密度が一様なら

$$C(r) \propto r^2 \quad (3.14)$$

であり、 $\nu = 2$ となる。

(c) では点が平面上で複雑に入りこんだ形状を示しているが、その形状が、大きいスケールで見た場合も小さいスケールで見た時も何らかの同じ法則に従つて決まっている場合には、ある範囲の r に対して

$$C(r) \propto r^\nu \quad (3.15)$$

となるような定数 ν が存在する。(a), (b) からの推測で、この ν は 1 と 2 の中間の値をとる。

実際に相関次元の値を決めるには、両対数の目盛をとってグラフに $C(r)$ を図示すればよい。すなわち、横軸に $\log r$ をとり、縦軸に $\log C(r)$ をとって描かれた直線の傾きの値が ν となる。

実験などで観測できるデータが 1 変数だけに限られるときにはそれを 3.1.2 の方法でアトラクタを構成してその相関次元を測ることになる。

ただし相関次元はアトラクタに特有の値であるから、正確な相関次元を求めるには埋め込み次元 n を十分大きくとって ν の値が n に対して飽和したところで ν の値を評価する必要がある²⁾。

* さらに正確には、基準点によって $C(r)$ は変わってくるので、アトラクタ上の全ての点で平均をとることになる。

3.2 いくつかの数値例

上に述べた方法を具体的に数値例に適応してみる。図 3.3 から図 3.7 に周期振動、概周期振動、ホワイトノイズ、カオス、周波数特性のあるノイズの数値例を示し、解析結果をそれぞれ併記する。

時間の単位はそれぞれの方程式における時間とは関係なく、時系列のデータ間隔を単位時間として計算してある。

また、実験で得られるデータがしばしばそうであるようにデータの時間間隔は、優勢な周波数成分の 1 周期に対して大きめにしてある。

相関次元の測定に際しては、埋め込み次元 n は 1 次元から 10 次元まで変化させて ν の値を評価した。つまり、10 本ある直線のうち、 n が大きいものに対応する直線の傾きが同じ値に飽和した時、その値が正しい相関次元の値であるとする。埋め込むときの時間遅れ t_l 単位時間の 3 とした。

相関次元測定に用いた埋め込んだ軌道を (d) に示す。図の中に示すような軌道は、ある n 次元に埋め込まれた軌道を 2 次元平面に射影したものと考えることができる。埋め込み次元 n の値が変わっても、射影する平面が変わらない限りこの射影面での軌道の形は変わらない。

3.2.1 周期振動

図 3.3 の周期振動はファン・デル・ポル方程式 (Van der Pol equation)

$$\ddot{x} - \varepsilon(1 - x^2)\dot{x} - x = 0 \quad (3.16)$$

において $\varepsilon = 1.0$ の時に生じるリミットサイクルである。

埋め込みによって構成された軌道は 1 つの曲線上にのる。よって空間的な広がりも 1 次元となり、相関次元 ν の測定結果も $\nu \approx 1$ となる。

図では、軌道が広がりを持っているように見えるが、それはデータの時間間隔が大きいにもかかわらず、点と点を直線で結んでいるからである。

3.2.2 概周期振動

図 3.4 の概周期振動は、図 3.3 と同じように周波数スペクトルの形状は線スペクトルの形だが、軌道の空間的な広がりや相関次元の値は全く異なる。それ

は簡単な整数比では表せない複数の周波数成分が重なりあっているため、この例の場合、3つの異なる周波数の重ね合わせになっている。

周期振動の例で見たように1つの周波数成分が1次元の広がりを持っていることから、整数比ではあらわせない周波数成分はそれぞれ独立に広がりを持つと考えられ、この場合、3次元の広がりを示すことになる。(d)の軌道は「中身の詰まったドーナツ」の形に見えるのもこれを反映している。従って相関次元も $\nu = 3$ となるはずである。

しかし、3.4(c)を見るとグラフの曲線は $\log r = 2.5$ 辺りで折れ曲がっている。その前後で直線の傾きを測定すると約2.8, 1.7となる。 $\log r > 2.5$ の範囲を使って次元を評価すると、大きく間違ってしまうことになる。この原因は定かではないが、埋め込まれた軌道が十分には密でないことが原因だと思われる。

しかし概周期振動の場合は、周波数スペクトルが特徴となって現れてくるので、現象自体の判断を間違えることはないと思われる。

3.2.3 ホワイトノイズ

図3.5の信号は極めて複雑な様子をしている。時系列データそのものを見るだけでもその複雑さはうかがえるし、埋め込まれた軌道**を見ると不規則に方向が変化し、極めて自由度が大きいことを示唆している。

周波数スペクトルも前の2つの例とは対照的で、全周波数領域にわたって連続的に分布し、あらゆる周波数成分を含んでいる。

相関次元の測定結果を見ると、直線の傾き、すなわち ν の値は埋め込み次元 n にほぼ比例して増加している。これは $n \rightarrow \infty$ の時 $\nu \rightarrow \infty$ であることを示しており、力学的な次元が極めて大きな振動現象であると言える。

3.2.4 周波数特性のあるノイズ信号

図3.6は、前の図3.5の信号を帯域通過フィルタに通したものである。

その結果、周波数スペクトルは連続的だがピークを持ったものになっている。時系列にも何らかの周期的性が見受けられるようにも思える。軌道の様子も図3.5とは違い、ある点の回りを回転しているようにも見える。

** 通常の意味での軌道とは言えないかもしれない。

しかし相関次元のグラフを見ると他の4つの数値例と異なり丸みを帯びた形をしており、接線方向の傾きは r が小さい範囲では急で、 r が大きくなると緩やかになる。このため軌道全体としての大域的な相関次元の評価は難しい。

3.2.5 カオス振動

図 3.7 の時系列はレスラー (Rössler) が導いた方程式

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= b + z(x - c)\end{aligned}\tag{3.17}$$

で $a = 0.398, b = 2.0, c = 4.0$ の時の x の時系列である。

時間領域での振舞いを見ると、不規則性が感じられる。周波数スペクトルもピークが見られるのに加えて、連続的な分布も認められる。

相関次元はグラフの示した結果から $\nu \approx 1.8$ となる***。

もし、このような時系列のみが与えられた時、周波数スペクトル分布などから一見、不規則なランダムノイズ的なものに見えたとしてもその相関次元を測ることによって、それが力学的次元の低い法則によって生成されるものであることを示すことができる。つまり、ランダムノイズとカオスを区別できるわけである。

実際の実験データは、必ず関係のないノイズが混入することだろう。ノイズと言っても大抵は図 3.6 のような周期性を感じさせるようなものを含んだノイズであり、相関次元の測定を用いても割に曖昧な結果をもたらす原因となる思われる。

しかしノイズが比較的大きな場合でも、データを長い時間収録してノイズの影響を除去するなどの注意をすれば、相関次元の測定は時系列のカオス性の検出に非常に有効だと思われる。

*** カオス状態になったアトラクタの次元が 2 以下になることはあり得ないが、前述したように相関次元は次元を低めに見積もる。リアプノフ次元で評価した場合、2 をわずかに越える値になるようである。

第4章 APSA（高性能系統解析試験装置）を用いた実験

現実の電力系統で、電力動搖が過渡的なものに限らず長時間にわたって持続的に生じることがあるという報告がある。⁴⁾

関西電力の幹線の1つに木曽幹線がある。この幹線は「木曽」(116MW)「伊奈川第2」(21.6MW)「読書」(112.1MW)などの発電所を含み、これらの発電所から東大阪変電所までは線路長にして200km程度あり、直列インピーダンスは例えば「木曽」の場合、変圧器の漏れインピーダンスも含めると $0.13+j0.70[\mu\text{F}]$ 程度になる。この幹線では、しばしば持続的な動搖現象が見られるらしい。

そのような振動が安定に存在する場合、何らかの非線形特性が原因となっているはずである。電力系統には随所に非線形特性があり、どの部分の非線形特性がその主たる原因になっているかを知ることは電力系統の安定度を議論する上で重要なことである。

また、物理系に一般的に生ずる現象としてエスケープ現象というものがあるが、これは電力系統にあてはめた場合、同期機の脱調現象に対応する。エスケープ現象に先だって、系にはカオス振動への分岐などの様々な興味深い現象が見られることが多い。電力系統についてもこれらの現象の可能性を探ることは、意義のあることだと思われる。

このような現象は現在の電力系統工学の枠では異常現象に分類されるであろうが、その原因や発生メカニズム、性質の解明を行うことは系統の安定度解析および制御方法に新たな視点を与えるものと思う。

解析を始めるにあたって、最初から実在の電力系統を対象にするのは複雑なため見通しが悪く、本質的な点をあいまいにしかねない。

そこで、まずは電力系統の最も基礎的なモデルである1機無限大母線系統を対象にすることにし、この単純なモデルにも上述のような振動現象が生じるのかを確かめるために以下に示すような実験を行った。

安定度の検証を主眼におくのではなく、振動現象の様子を詳細に観察し定常に生じる異常現象を明らかにすると言う立場から、通例の電力系統安定度解

析の時に考慮する時間範囲よりもはるかに長い時間範囲で実験を行なった。

実験の系統を構成する際には、木曽幹線などの実在系統の定数を参考にして決定したことを注記しておく。

4.1 APSA の概要

実験は APSA（高性能系統解析試験装置）を用いて行った。APSA は電力系統を、ひな型として極めて忠実に再現した実時間アナログシミュレータである。以下に APSA について簡単に述べる⁵⁾。

4.1.1 開発の意義

デジタル計算機の進展と共に電力系統の現象解析には実効値ベースのデジタルシミュレーションや EMTP などが用いられてきた。デジタルシミュレーションは解析対象となる現象領域によって異なるアルゴリズムを適用するため、それぞれの現象領域において高精度の解析ができる反面、実系統に発生する連続現象を断片的にしか再現できない欠点を持っている。

このため世界の重要プロジェクトの検討には、事故発生の瞬間から定常領域までの現象が連続して解析できるアナログシミュレータが併用されている。

しかし、従来のアナログシミュレータは、数機の発電機モデルによって構成されるシミュレータであり、その機能を発揮できるのは小規模な系統に現象解析に限られてきた。

現在、電力系統は大規模化、複雑化の傾向をたどっており、より高い信頼度が要求されるようになってきてている。系統構成の適正化、信頼度向上のための制御、新エネルギー機器の導入など、技術的課題は多い。

このような背景から、発電機モデル 30 台、送電線モデル 300 台をはじめとして各種電力機器モデルを含めると総数 500 ユニットを超える大規模なアナログ型の電力系統シミュレータが日立製作所と富士電機の協力を得て関西電力で開発された。

これが APSA (Advanced Power System Analyzer; 高性能系統解析試験装置) であり、数ミリ秒の過渡現象から數十分にわたる現象まで対応できる解析機能を有しており、電力系統に発生するほとんどの現象の解析が可能である。

4.1.2 仕様とモデル

APSA の開発にあたっては、次の 3 つの条件をベースにして仕様および制御機能が構築された。

- 電力系統機器モデルの特性が実機の特性に広範囲に対応できること。
- 電力系統現象が正確に表現され、かつ再現性を有すること。
- 500 ユニットに及ぶ大規模シミュレータが運転支援システムにより効率的に運用されること。

APSA の構成要素の内、ここでは特にこの研究で対象とした系統に関連するものを述べる。

発電機モデル

電力系統解析で発電機の挙動はもっとも重要な要因である。そのため発電機のモデルは実機の物理特性を忠実に模擬することが要求される。

発電機モデルには同期機、誘導機、可变速機などのタイプ変更の用のデジタル演算型と、高い周波数領域を解析するためのアナログ演算型の 2 機種を開発が開発された。いずれも AVR、PSS、ガバナの制御系はデジタル演算のため、前者をデジタル型、後者をハイブリッド型と呼ぶ。図 4.1 にデジタル型発電機モデルの構成図を示す。系統へは出力増幅器を介してアナログ系統に接続される。

デジタル型、アナログ型のいずれも第 2 章で示したパークの式を採用している。デジタル型ではアナログシミュレータに用いる発電機モデルとして実時間性が要求されるため、4 台の CPU による並列演算を採用し、計算時間は約 1.4 秒と実系統のデジタル型保護リレーのサンプリング周期並になっている。

変圧器モデル

変圧器は縮小変圧器モデルで、理想変圧器と電圧タップおよび漏れリアクタンスを表現する外付けのリアクタンスで構成されたものである。理想変圧器の鉄心にはパーマロイを使用して損失、励磁電流を極力小さくしたり、励磁特性および飽和特性を可変とするために変圧比一定の 1 次・2 次連動の飽和開始電圧設定タップを設けるなどの工夫がなされている。

送電線モデル

送電線モデルは、すべて受動素子からなっており、直列インピーダンスから、自回線および回線間の静電結合、電磁結合まで表現している。次の基本仕様が設定されている。

- 500 KV 送電線の $810 \text{ mm}^2 \times$ 導体並の低損失を確保するため 60 [Hz] での $Q = (\omega L / R)$ を 30 以上とする。
- 定格電流の 10 倍の電流でも飽和しない。
- 定格電圧の 6 倍の過電圧量を有する。
- リアクタンス誤差を 1 kHz で 1 % 以下にする。

300 ユニットに及ぶ送電線モデルを限られたスペースに配置するため、リアクタンスには鉄心入りのリクトルを使用している。

4.2 実験の測定方法と設定条件

本論文の実験では、APSA を構成する要素のうち（デジタル型）同期機モデル、変圧器モデル、送電線モデル、無限大母線モデルを用いた。

測定データの記録は アナログ-デジタル変換器を組み込んだパソコンコンピュータで行ない、APSA のセンサーのアナログ出力の信号を記録した。測定項目は、発電機の出力 P 、端子電圧 V_t 、回転速度 ω_r とした。

構成した系統は図 2.1 と同様な 1 機無限大母線系統である。水力型発電機と火力型発電機の 2 種類を用い、前述の木曾幹線等の実系統のパラメータを参考にして、それぞれ別に系統を構成して実験した。

実験した際の系統定数や発電機（2 種類）の諸定数を表 4.1 に示す。

多くのケースを実験したが、まとめ上げた結果、次の 2 つのケースについて述べる。

ケース A

出力が定態安定限界電力に近づくにつれ、どのような現象が現れるか。同期機への機械的入力を変化させて現象の変化を見る。発電機は水力型であった。発電機端子電圧の指令値 V_{ts} は 1.05 [pu] とした。下に示すように 7 段階の出力について観察した。

- A-1 $T_M = 0.522$ [pu]
 A-2 $T_M = 0.533$ [pu]
 A-3 $T_M = 0.539$ [pu]
 A-4 $T_M = 0.548$ [pu]
 A-5 $T_M = 0.564$ [pu]
 A-6 $T_M = 0.569$ [pu]
 A-7 $T_M = 0.570$ [pu]

ケース A の系統での出力相差角曲線を図 4.1 に示す。これは第 5 章で用いたデジタルシミュレータを用いてニュートン法で平衡点を求めた結果から描いたものである。

これより定態安定極限電力は 0.665 [pu] 程度であることがわかる。

ケース B

AVR のゲインが異なると動搖現象はどのように異なるか。

B-2 での値 78.4 が元のゲインで、それを 2 倍、1/2 倍、1/4 倍して系統に生じる動搖の変化を見た。発電機は火力型を使用した。発電機の機械的入力指令値 T_{Ms} は 0.3 [pu]、端子電圧 V_t は 0.93 [pu] とした*。

実験条件をあらわすパラメータの値は次のようになる。

- B-1 $G_{V2} = 156.8$
 B-2 $G_{V2} = 78.4$
 B-3 $G_{V2} = 39.2$
 B-4 $G_{V2} = 7.84$

4.3 結果および考察

4.3.1 ケース A

A-1 から A-7 までのデータに対する各々の解析結果を図 4.2 から図 4.8 に示す。

このケースについては、端子電圧 V_t を元の時系列データとして、それに第 3 章の時系列解析手法を適応した。

* これはほぼ安定限界の値である

周波数スペクトルのグラフの周波数刻み f_0 は、ケース A のデータの長さ T_d が 3000 秒なので、 $f_0 = 3.33 \times 10^{-4}$ [Hz] である。また、直流成分は表示していない。

ケース A に現れる動搖周期はおおよそ 5 秒程度であり、周波数スペクトルを観察する周波数帯域は f_0 [Hz] から 0.45 [Hz] に設定した。

相関次元の測定に関しては 3 の時と全く同様で、埋め込み次元 n を 1 次元から 10 次元まで変化させて直線の傾きが同じ値に飽和した時の値を ν とした。

なお、3 章で述べた埋め込みの手法で軌道を描く代わりに、 ω ($=\omega_r - \omega_B$) と V_t で軌道を描いた。これは系の軌道を $\omega - V_t$ 平面に射影して観察していることになる。

相関次元の測定結果

ケース A-1 から A-7 について相関次元を測定した結果をグラフにして図 4.13 に示す。

これは図 4.2 (c) から図 4.8 (c) で、埋め込み次元 $n = 1$ から $n = 10$ までに対応する曲線の直線的と思われる部分の傾き ν を見積もったものである。

ケース A-1 から A-3 では、直線的な部分はあまり明確には現れず、かつ不連続に変化している部分が大きいので、 ν の見積は本来困難だが、他のデータとの比較のために、 $\log(r) < 1$ の範囲の傾きを測った。

A-1 から A-3 の ν の値は埋め込み次元 n にはほぼ比例して増加して、 $n = 10$ までの範囲では飽和していない。

ケース A-6, A-7 では直線部分が比較的はっきりと現れてきている。相関次元を測定すると A-6 では $\nu \approx 1.8$ 、A-7 では $\nu \approx 1.5$ という結果となった。

動搖現象の変化について

それぞれの時系列データを比べると、出力が増すに従って振動の振幅が大きくなっていることが分かる。ケース A-1 からケース A-3 までは V_t は 1.02 [pu] の辺りでわずかに変動している程度である。周波数スペクトルを見てみても、なだらかな連続スペクトルになっていて不規則性が極めて強いことを示している。上述したように、(c) の $\log C(r)$ のグラフは、 r が小さい範囲ではグラフの傾きは埋め込み次元 n にはほぼ比例して増えており、時系列がランダムノイズである

ことを示していると思われる。

ケース A-4 では振動振幅がかなり大きくなってきており、(d) の軌道も広がりを見せてている。周波数スペクトルにもピークを持つ周波数がかなりはっきり現れており、同時にその第 2 高調波も現れている。

ケース A-5, A-6, A-7 と発電機の出力が大きくなるにつれ、この傾向はさらに強くなる。

おそらくケース A-4 のところ、すなわち $T_{Ms} \simeq 0.55$ [pu] で今まで安定だった平衡点が不安定化するのだろう。

ケース A-5 の時系列データでは、振動振幅が急峻に変化するのが見られる。(d) の軌道を見ると、平衡点の付近とその回りの円形の軌道の付近の密度が濃いことが分かる。

これは平衡点が不安定化してもその不安定さの度合は小さく、かつ平衡点から離れたところに周期解の軌道が存在するため、何か不確定な外乱に影響されて軌道がその 2 つの状態を往復するためではないかと思われる。

このような現象は「間欠的な動搖」とも呼ばれているようである。

A-6, A-7 の動搖のカオス性について

ケース A-6, A-7 では振動は連続的なものになっており、軌道を見ても、円形のアトラクタが現れている。周期解のアトラクタとは違い広がりを持っているようだが、単に測定の際に混入したノイズによるものか、概周期振動なのか、あるいはカオス振動なのかはこれを見るだけでは分からぬ。

周波数スペクトルを見ると図の範囲では 0.145 [Hz] とその高調波にしかピークは見られないで、概周期の可能性は少ない**。

軌道が複雑な構造をしていて周波数スペクトルも連続的なものでありながら、相関次元の測定結果によるとアトラクタの次元が 1.8 や 1.5 という低い値に評価されることから、ケース A-6 や ケース A-7 で観測された振動現象はカオスであると判断できる。

このケース A での動搖周期は約 7 秒とかなり大きな値であり、発電機の出力が変わってもほとんど変化していない。

** 図 4.7 (b) 以外の 周波数範囲でも調べたがピークは見つからなかった。

このことについては PSS が大きな影響を及ぼしているものと推測されるが詳細の検討は今後の課題である。

4.3.2 ケース B

B-1 から B-4 までのデータに対する各々の解析結果を図 4.9 から図 4.12 に示す。

相関次元の測定結果

ケース B-1 と B-2 について相関次元を測定した結果をグラフにして図 4.14 に示す。

方法はケース A の場合と同じである。ケース B-3 から B-4 についてはグラフの曲線が波打つなどして*** レの見積が困難なため、対象とはしなかった。

B-1 は ν の値自体は小さいが、飽和する傾向は見られない。B-1 は 飽和する傾向がはっきりと見られ、 $\nu \approx 1.7$ という結果が得られた。

現象について

図 4.9 と図 4.10 はゲイン G_{V2} が大きい場合のもので、振動振幅は比較的大きく現れている。

図 4.10 については (d) のようなおそらく何らかの構造を持ったアトラクタが観察でき、相関次元の値も 1.7 となることからカオスである可能性もある。

図 4.11、図 4.12 はゲインが小さいときの様子で、振動振幅はかなり小さく、解析結果からランダムノイズ的な振動ではないかと思われる。

*** センサーのデジタル分解能に近い値のデータなので、とのデータが極めて離散的な変化をしているためである。

第 5 章 計算機によるシミュレーション

この章では、デジタル計算機を用いたシミュレーションの結果を述べる。シミュレーションをする意義

計算は第 2 章のモデルに基づいて行った。まず、第 4 章の APSA での実験と同じ現象を計算機上で再現する事を試みた。

5.1 APSA 実験のケースの再現

ここでは、デジタル計算機を用いたシミュレーションで観測されたアトラクタのいくつかの例を示す。シミュレーションの条件は APSA での実験のケース A と基本的に同じものである。

ただし、2.4 で述べたようなモデルの差異があることは注意しておく。

同期機に与える機械的入力を徐々に変えていった場合の様子を図 5.1 に示す。

(a) は $\delta-\omega$ 平面に射影したものである。これは機械的入力の指令値 $T_{Ms} [\text{pu}]$ を、0.4, 0.42, 0.44, 0.46, 0.49, 0.51, 0.54, 0.56 と段階的に変化させた場合の軌道であるが、 T_{Ms} を変化させた直後の 70 秒間は省いて、それから 30 秒間だけを図示してある。平衡点の位置は図 4.1 でも分かるように、 T_{Ms} が増加すると、(a)において δ の正の方向へ移動する。

(a) をみると、 $\delta = 55 [\text{deg}]$ 付近から徐々に大きくなる点が 4 点ならんでいるが、これは $T_{Ms} = 0.4, 0.42, 0.44, 0.46$ に対応する点で、この段階では平衡点はまだ安定である。しかし徐々に振動的になる。点の大きさが大きいのは平衡点に収束するには長い時間がかかる事を示している。

$T_{Ms} = 0.49$ 付近で平衡点が不安定化し、リミットサイクルに移行する。 $T_{Ms} = 0.51, 0.54, 0.56$ と増加するにつれてリミットサイクルの振幅も大きくなる様子が現れている。

(b) は $\omega-V_t$ 平面に射影したものであるが、同じ傾向が現れている。

次に図 5.2 には、図 5.1 の T_{Ms} の値に引き続いで T_{Ms} を増加させたときの定常的な軌道の様子、すなわちアトラクタを示す。

(a) は 図 5.1 にも示した $T_{Ms} = 0.56$ のときのリミットサイクルである。

(b) の $T_{Ms} = 0.565$ になると、(a) の時の基本周波数の半分の周波数が現れ、アトラクタが2巻きになる。

(c) では $1/4$ 調波があらわれ、(d) に至っては $1/6$ 調波が現れているようである。

このような分岐を経て、最終的には図 5.3、図 5.4 のようなカオスアトラクタへ移行した。特に 5.4 は脱調ぜずに運転できる限界の出力であり、非常に広がりをもったアトラクタが現れている。

これら 2 つのアトラクタが現れる T_{Ms} の値で、第 3 章、4 章と同じ解析を行なった結果を図 5.5、図 5.6 に示す。元になった時系列は端子電圧 V_t である。

図 5.5 (b) には、 0.25 [Hz] 付近に現れている基本周波数の第 2 高調波と共に、 $1/2$ 調波も現れており、図 5.2 に示したような分岐現象の名残があるものと思われる。

相関次元の値は、図 5.5 (c) では $\nu \approx 1.5$ 、図 5.6 (c) では $\nu \approx 2.0$ となった。この値の違いはアトラクタ上の局部的な点の密度の違いが原因となっているものと思われるが、詳細は今後の課題としたい。

このように第 4 章の実験による結果と、定性的には同じ現象が観察できたので、当該の系統におけるカオス現象の発生の可能性は確認できたと思われる。

5.2 2 次元モデル

第 2 章では実験結果との対応をつけるためにかなり詳細な状態変数の多いモデルを導いた。同期機のモデルは 7 つの状態変数を含む 7 次元モデルだったが、観察の対象になる定常現象が長い時間領域にわたる場合、いくつかの状態変数については、その過渡状態を十分短いとして過渡を無視しても差し支えない場合が多い。

ここでは最も簡単なモデルとして、すべての内部磁束の過渡を無視した 2 次元の同期機モデルを導く。

以下に示すモデルを用いると、制御系を含まない 1 機無限大母線系統のモデルは 2 次元の空間のなかで状態を表すことができ、定性的には見通しの良い議論ができる。

2 章の式において $\psi_d, \psi_q, \psi_f, \psi_{kd}, \psi_{kq}$ をすべて 0 とおき、すべての電流 i 、磁束鎖交数 ψ を δ, v_f で表す。それを電磁気的に発生するトルクを表す式に代入す

ると

$$\begin{aligned}
 T_e = & \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{\text{POLE}}{2}\right) \frac{1}{\omega_B} \left(-\frac{X_d - X_q}{(X_1 X_2 + R^2)^2} \right. \\
 & \left. \frac{(\sqrt{2/3} V_\infty)^2}{2} \left\{ R(X_1 + X_2) \cos 2\delta - (X_1 X_2 - R^2) \sin 2\delta - R(X_2 - X_1) \right\} \right. \\
 & \left. + \sqrt{2/3} V_\infty \frac{X_{md}}{r_f} \left\{ (X_1 X_2 - R^2) \sin \delta - 2R X_1 \cos \delta \right\} v_f + R X_1 \left(\frac{X_{md}}{r_f} v_f \right)^2 \right] \\
 & + \frac{X_{md}}{r_f (X_1 X_2 + R^2)} \left\{ \sqrt{2/3} V_\infty (X_2 \sin \delta - R \cos \delta) + \frac{R X_{md}}{r_f} v_f \right\} v_f \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

簡単のため、同期機の突極性を無視して $X_d = X_q$ とし $R = 0$ とすると

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{\text{POLE}}{2}\right) \frac{1}{\omega_B} \frac{\sqrt{2/3} V_\infty (X_{md}/r_f) v_f}{X_d + \omega_B L_l} \sin \delta \quad (5.2)$$

これを 2.8 に代入すると

$$J \dot{\omega}_r = \left(\frac{\text{POLE}}{2}\right) \left\{ -T_B D \frac{\omega_r - \omega_B}{\omega_B} + T_M \right. \quad (5.3)$$

$$\left. - \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{\text{POLE}}{2}\right) \frac{1}{\omega_B} \frac{\sqrt{2/3} V_\infty (X_{md}/r_f) v_f}{X_i + \omega_B L_l} \sin \delta \right\}, \quad (5.4)$$

$$\delta = \omega_r - \omega_B. \quad (5.5)$$

ただし D を含む項は、減衰を表す項である。また X_i には、定常状態についての解析のさいには X_d の値をもちいられるが、過渡安定度などの議論を時には X'_d の値が用いられる。

上の式は機械系としては、例えばモータの軸に棒を固定し、その先端におもりをつけたような系と同じである。

このような系は非線形の振り子として従来からよく研究され、その位相面における振舞いもよく調べられている⁶⁾。

5.3 引力圈断面に対する制御装置の影響

この節では第4章のケースAの時に対象にした系を用いて、通常の運転点に対応する平衡点の引力圈について調べる。

これは第4章で見られた分岐現象を理解するのに何らかの参考になるものと思う。

ケース A の系統は同期機としては水力型を考えているが、ガバナは除外した。水力型の発電機を制御するガバナは時定数の大きいものが多く、ケース A のガバナもそうである。(表 4.1 参照) よって、数十秒間までの時間範囲で系の安定性を議論する時にはガバナの影響は考えなくてよいと思われる。

シミュレーションの式は第 2 章のものを用いる。

引力圏は同期機への機械的入力 T_M をパラメータとして平衡点を通る $\delta-\omega_r$ の断面上で計算した。つまり、各 T_M の値に対する平衡点を計算し、シミュレーションの初期値は、与えられた δ, ω_r の値と、それ以外の状態変数は平衡点での値を用いた。

引力圏の判定は脱調するか否かで行なった。以下で参照する図 5.7 から図 5.9において黒点でプロットされた点は、そこを初期値とした場合は脱調したことを示す。

空白の部分は脱調しなかったことを示すだけで、必ずしも平衡点に収束したことと意味するわけではない。

脱調の判定は δ の値が連続的に 30π [rad] 以上変化するかどうかで行なった。

5.3.1 制御系を除外した場合

AVR、PSS、ガバナの制御系をすべて除外した場合の引力圏断面を図 5.7 に示す。モデルを表す方程式の次元は 7 次元である。

この結果を見ると、 $\delta-\omega_r$ 断面で見る限り、2 次元モデルと同様の構造を持つらしいことが分かる。

空白の部分で示された引力圏断面の中央付近に位置する安定平衡点が引力圏境界上にあるサドルに近付いていくと、それに伴って引力圏境界断面も縮小する様子がよく分かる。

この引力圏境界断面の形状は 2 次元モデルでの D の値が小さいときの引力圏に近い形をしている。

5.3.2 AVR が動作する場合

AVR だけが動作する場合の引力圏断面を図 5.8 に示す。

図 5.7 と比べると T_M の変化に対する、引力圏断面の縮小が早く、引力圏境界断面形状がほぼ円形となっている。

これはここで用いたパラメータ値の場合、AVR が系を過渡安定度の意味で不安定化していることを示しているものと思われる。

実際、 $T_M = 0.5$ を越えるあたりで引力圏が消滅し、平衡点が不安定化する。これは平衡点が消滅する以前に定態安定極限電力に達することを意味する。

これらを考え合わせると次のようなことが考えられる。

図 5.8 の円形の引力圏境界断面は、ある不安定周期解のインセット (Inset; 入集合) の断面であり、このインセットが引力圏境界を形成している。そして不安定周期解が縮小していき、平衡点に一致したところでホップ分岐 (Hopf Bifurcation) によって平衡点が不安定化する。

AVR が系を不安定化する場合の、 $\delta-\omega_r$ 平面上に射影した軌道の様子は先に Tsolas によって検討されている³⁾。Tsolas は AVR の増幅ゲイン（この論文のモデルでは $G_V 2$ に相当する）の値によって過渡安定領域が変化することを指摘している。それは 3 つの場合があり、

ゲインが小さい時 定性的には AVR が動作していない場合と同じ状況にある。

ゲインが中程度の時 安定平衡点の回りに、1 つの不安定リミットサイクルがあり、それが安定領域の境界を形成している。リミットサイクルの振幅と周期はゲインが小さくなるにつれ大きくなる。

ゲインが大きい時 線形解析の予測通り、もとの安定平衡点が不安定になる。

図 5.8 の結果は、 T_M を変化させたときにも Tsolas の指摘と同様のことが起こり、しかも実系統のパラメータの値で起こり得ることを示すものと考える。

5.3.3 AVR, PSS が動作する場合

AVR、PSS が動作している場合の引力圏断面を図 5.9 に示す。モデルを表す方程式の次元は 14 次元である。

$T_{Ms} = 0.2$ のときの引力圏断面は非常に奇妙な形状をしている。これが PSS の飽和要素などの制御系の非線形特性によるものか、あるいは同期機と、PSS, AVR との相互作用で生じることなのかは不明である。

$T_{Ms} = 0.3$ の時の引力圏断面は、制御系がすべて動作しない場合と類似したもので、AVR が持つ不安定化の効果を和らげる役目を PSS が果たしていることを示している。

ただし最初にも述べたように、図の空白部は「脱調しなかった」部分を表しているだけで、空白部には前節で示したような周期解やカオスアトラクタの引力圏も含まれているので、単純に PSS が系統を安定化する度合いについての議論はできないと思われる。

第6章まとめ

この論文では1機無限大母線系統を対象として、そこに発生する電力動搖現象について非線形力学、カオス力学論的な立場から、従来とは異なった観点で検討を行なった。得られた結果をまとめる。

- 1機無限大母線系統を表す詳細なモデルをまとめ、数値計算でのシミュレーションが可能な形で表記した。また、同期機の制御系のモデルについても標準的に系統解析に用いられる形式のものを式の形で表記した。
- 複雑な現象の時系列解析の方法を概説した。具体的な数値例の解析結果を示し、カオスとランダムノイズを判別する基準を示した。
- APSA（高性能系統解析試験装置）を用いて1機無限大母線系統の模擬実験を行ない、定常状態を長時間記録をとった。得られた実験データにいくつかの解析方法を適用した。AVR,PSS,ガバナを含んだ系で、発電機出力が定態安定極限にちかづくにつれ発電機出力、端子電圧など諸量が振動的に入るまい、脱調寸前では非常に複雑な様子が観察できた。相関次元測定結果などから、この複雑な振動はカオス性を持つことが確かめられた。
- デジタルコンピュータ上で1機無限大母線系統のシミュレーションを行なった。APSAでの実験と定性的に同じ現象が観察できた。また制御系の動作の有無によって、引力圈境界断面がどの様に変化するかを観察し、様々な様相の変化が認められた。

今後の課題として

- 線路長、AVRゲインなどのパラメータを変化させた時の現象の変化を見る
- 観察された現象を解析的に解明するための適切な簡略化モデルを導出する
- 引力圈境界構造を詳細に調べる
- 鉄心の飽和、制御系の飽和要素、送電系統の出力相差角曲線など系統のどの部分の非線形要素が現象の原因となっているかを確かめる

- 2機無限大母線系統、多機系統での生じる非線形現象の調査などの事が考えられる。

謝 辞

この研究を行うにあたり、上田暎亮教授には終始ご指導をしていただき、温かく見守っていただきました。厚く感謝いたします。

また高瀬冬人助手、中島弘之助手には具体的な相談にのって下さり、様々な知識を与えて下さいましたことを深く感謝します。

実験では、野尻弘輔氏をはじめ関西電力総合技術研究所の皆様には APSA を使用させていただく際に大変お世話になりました。御礼申し上げます。

最後に、様々なご協力をいただきました上田研究室の皆様と妻の奈美に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Paul C.Krause "Analysis of Electric Machinery" McGraw-Hill, New York, 1987
- 2) 佐藤雅己、高安秀樹編著「フラクタル科学」第3章朝倉書店1987
- 3) P.Varaiya, F.F.WU, and R-L.CHEN "Direct Methods for Transient Stability Analysis of Power Systems: Recent Results"
- 4) J.E.Van Ness, F.M.Brasch, Jr.,G.L.landgren, and S.I.Neumann "Analytical investigations of dynamic instability occurring at powerton station" IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-99, no. 4,pp. 1386-1395, July/Aug. 1980.
- 5) 土井, 後藤, 河合, 鈴木, 横川「大規模電力系統シミュレータの開発」電学論 B, 110, pp. 727-735 (平成 2 年)
- 6) 例えば、佐藤「非線形振動論」朝倉書店1970

付録 A 定数

主なものを示す。

r_a	: a 相、b 相、c 相の電機子巻線抵抗 [Ω] (abc 相すべて等しいと仮定)
r_f	: 界磁巻線の抵抗 [Ω]
r_{kd}	: d 軸側制動巻線の抵抗 [Ω]
r_{kq}	: q 軸側制動巻線の抵抗 [Ω]
POLE	: 極数 (極対数は (POLE/2).)
J	: 回転子の慣性モーメント [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
ω_B	: 基準角速度 [rad/sec] (60[Hz] 系統の場合、 $120\pi[\text{rad/sec}]$)
R_l	: 各相の線路および変圧器の直列抵抗 [Ω]
L_l	: 各相の線路および変圧器の直列インダクタンス [H]
M	: 慣性定数 [sec]
X_d	: d 軸同期リアクタンス [Ω]
X_q	: q 軸同期リアクタンス [Ω]
X'_d	: d 軸過渡リアクタンス [Ω]
X''_d	: d 軸初期過渡リアクタンス [Ω]
X''_q	: q 軸初期過渡リアクタンス [Ω]
T'_d	: d 軸短絡過渡時定数 [sec]
T''_d	: d 軸短絡初期時定数 [sec]
T''_{q0}	: q 軸開路初期時定数 [sec]
T_a	: 電機子時定数 [sec]
G	: 制御系の各種ゲイン
T	: 制御系の各種時定数 [sec]
U	: 飽和要素の上限
L	: 飽和要素の下限
r_G	: ガバナの調停率 [%]

(具体的な値は 4.1 を参照)

付録 B 変数

t	: 実時刻 [sec]
v	: 各巻線に加わる電圧 [V]
ψ	: 各巻線に鎖交する磁束 [Wb]
i	: 各巻線に流れる電流 [A]
ω_r	: 回転子の回転角速度（電気角）[rad/sec]
ω_{mech}	: 機械角で見た回転子の回転速度 [rad/sec]
ω	= $(\omega_r - \omega_B)/\omega_B$: 速度偏差 [pu]
T_e	: 電気的に回転子に加わるトルク [N·m]
T_m	: 機械的に回転子に加わるトルク [N·m]
T_{ms}	: 入力トルクの目標値 [Nm]
δ	: 回転子の回転相差角 [rad]
θ_r	: 同期機回転子の位置（電気角）[rad]
$v_{d\infty}$: 無限大母線の電圧の d 軸成分,[V]
$v_{q\infty}$: 無限大母線の電圧の q 軸成分 [V]
v_d	: 同期機の端子電圧 d 軸成分 [V]
v_q	: 同期機の端子電圧 q 軸成分 [V]
i_{dl}	: 送電線の線路電流の d 軸成分 [V]
i_{ql}	: 送電線の線路電流の q 軸成分 [V]
g	: 制御系の各部分での信号 [pu]
v_{fs}	: 界磁巻線に加える電圧の標準値 [V]
V_t	: 端子電圧（実効値）[V]
V_{ts}	: 端子電圧の目標値（実効値）[V]
V_∞	: 無限大母線の線間電圧の実効値 [V]

（なお、下付き添字 B は各量の単位法の基準値、すなわち定格値を示す。）

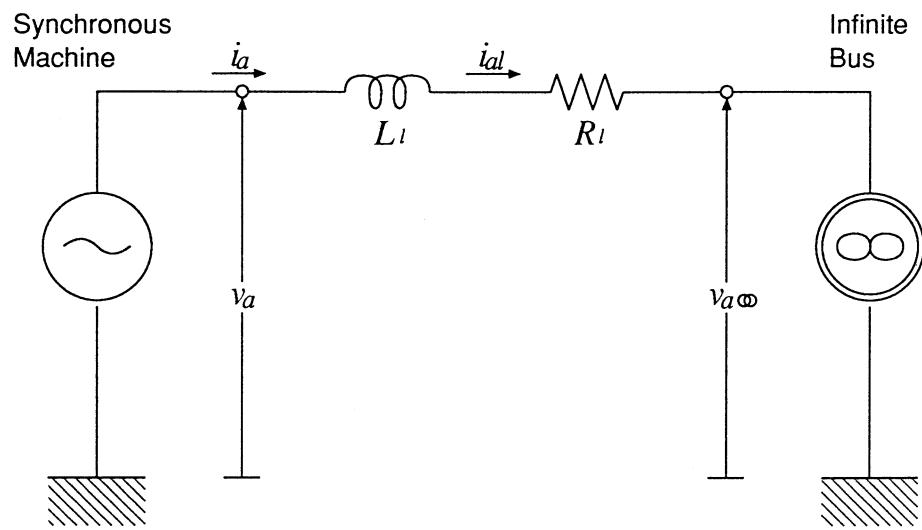


図 2.1: 1 機無限大系統のモデル (a 相分; 変数は瞬時値)

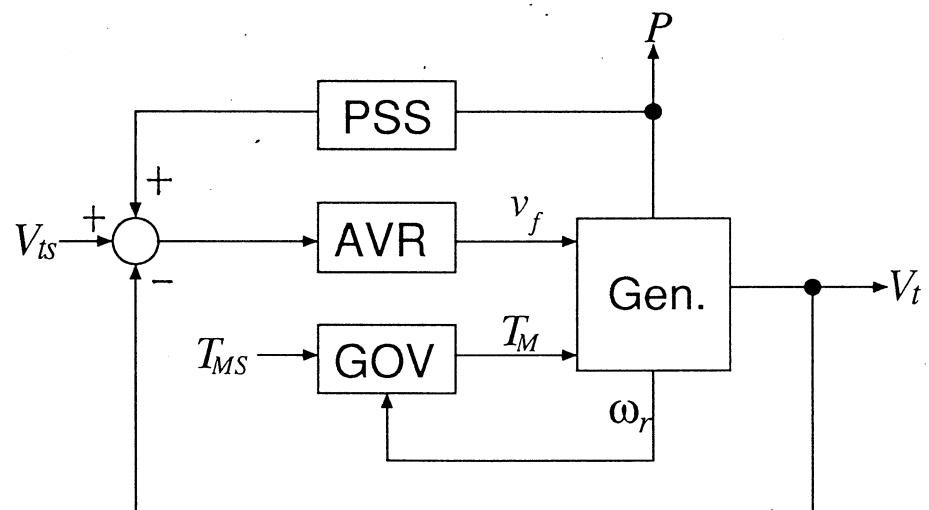


図 2.2: 同期機の制御系

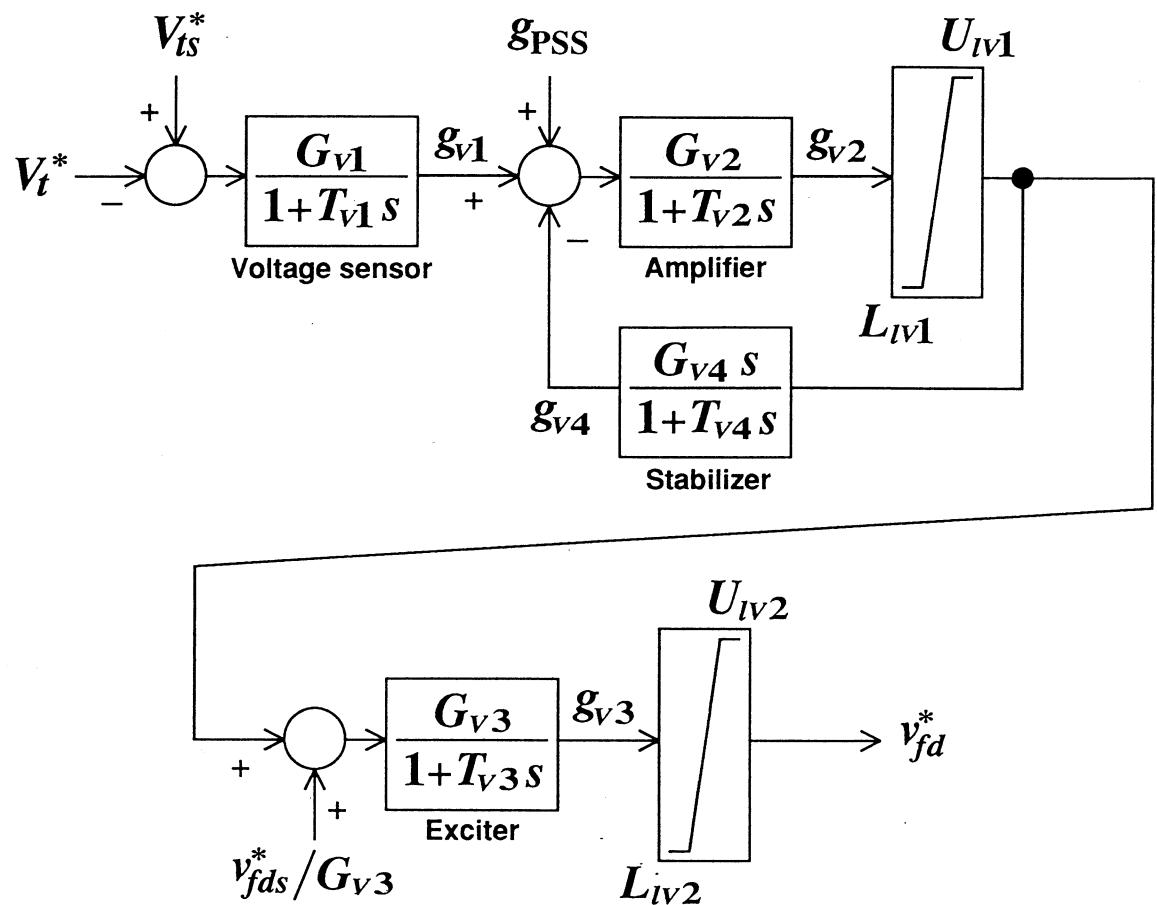


図 2.3: AVR モデルのブロック図

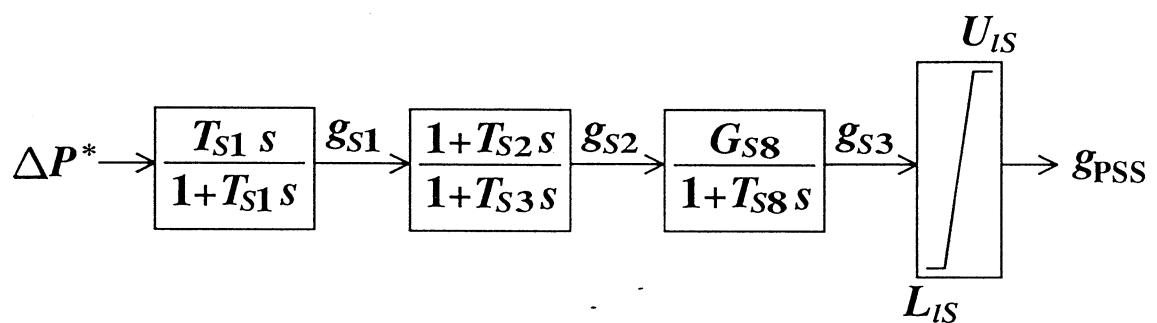


図 2.4: PSS モデルのブロック図

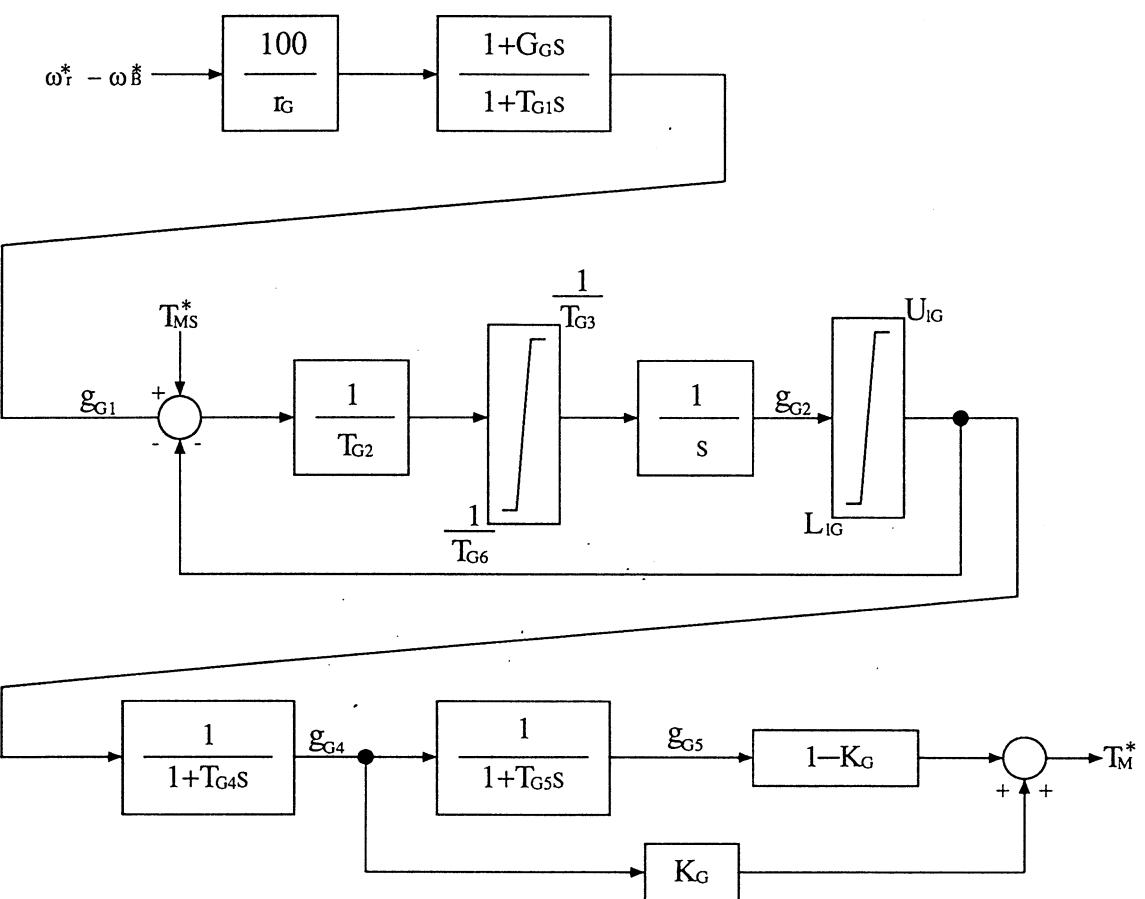
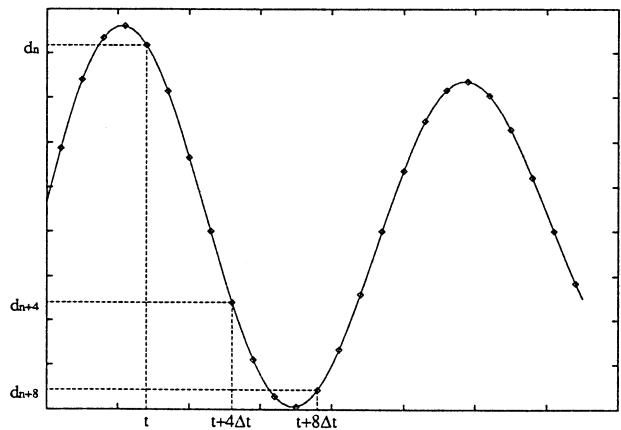
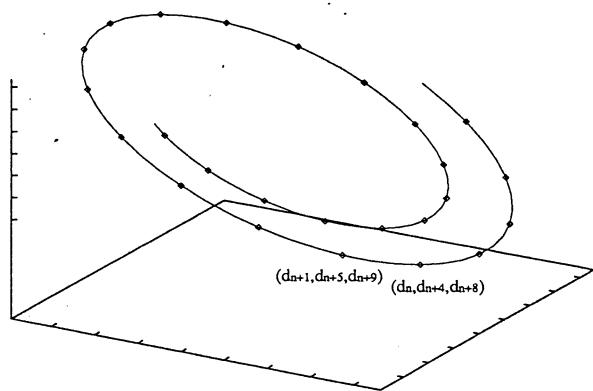


図 2.5: ガバナモデルのブロック図

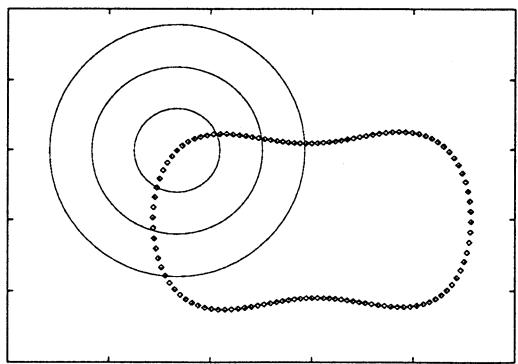


(a)

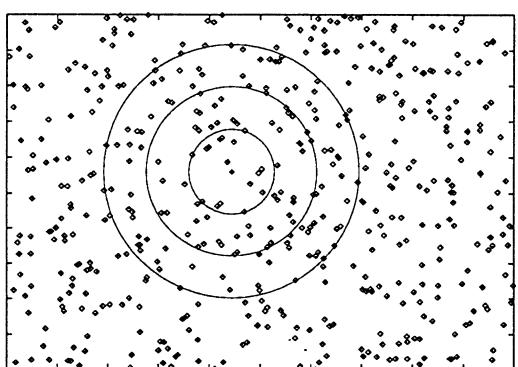


(b)

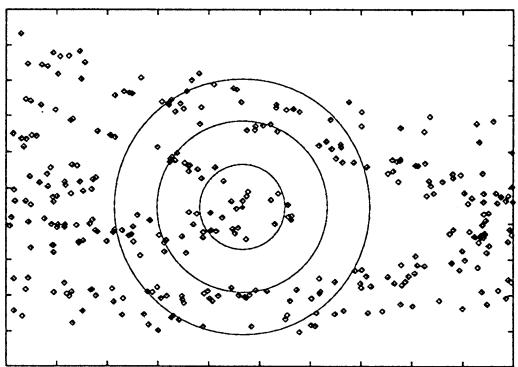
図 3.1: 埋め込みの手法（埋め込み次元 $n = 3$ 、時間遅れ $t_l = 4\Delta t$ の場合）



(a)

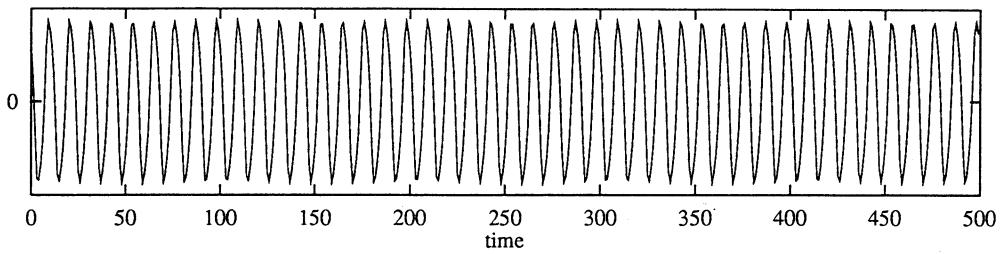


(b)

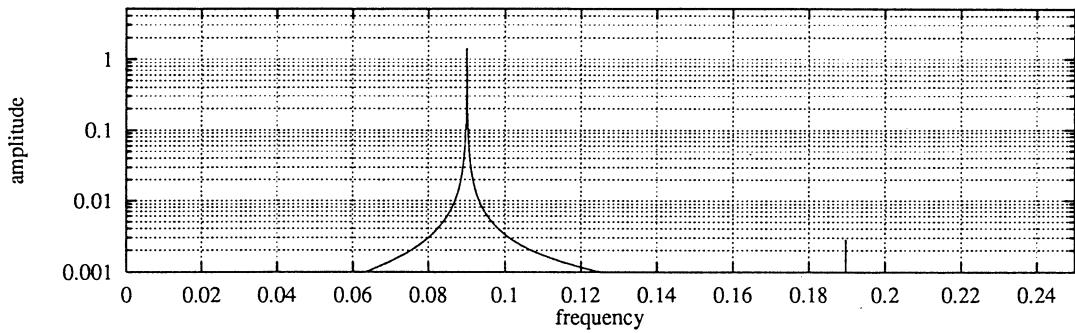


(c)

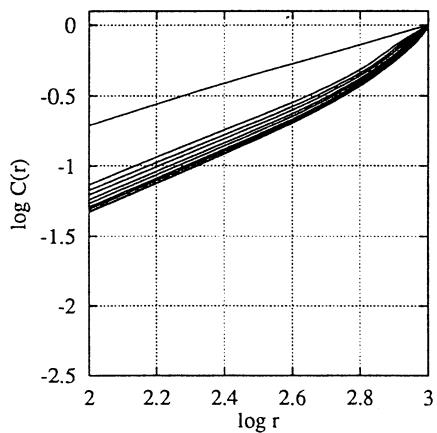
図 3.2: 相関次元の幾何的なイメージ



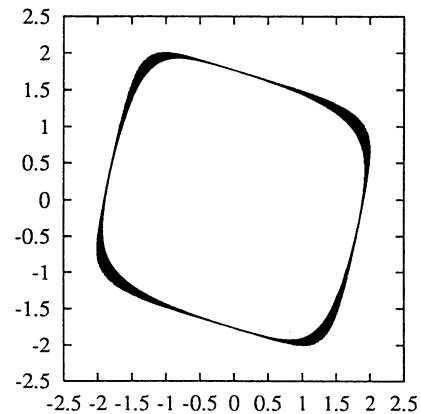
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

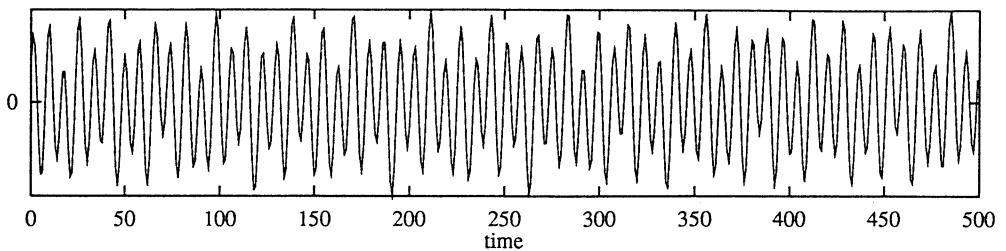


(c) 相関次元の測定

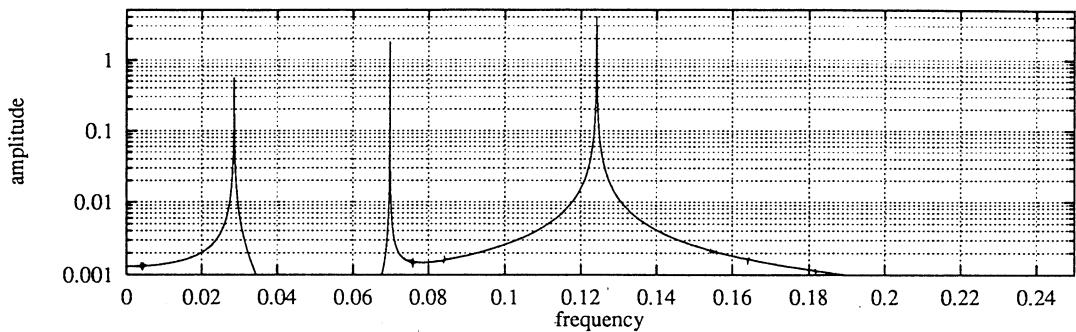


(d) 埋め込まれた軌道

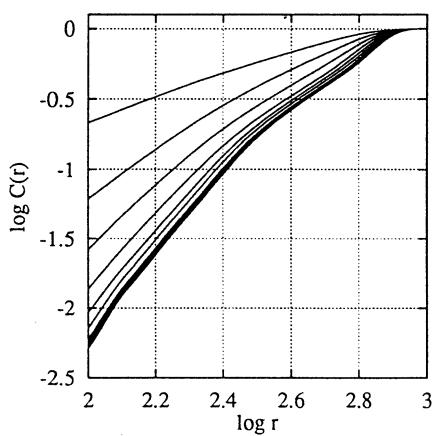
図 3.3: 数値例：周期振動



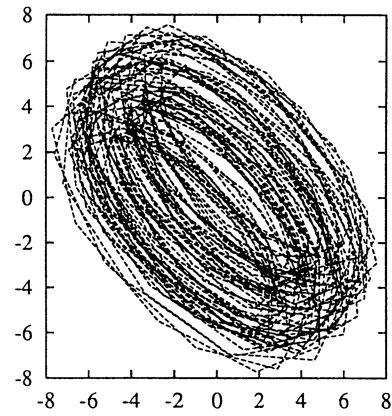
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

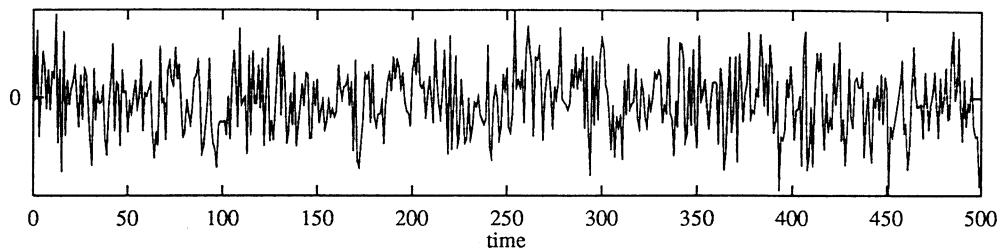


(c) 相関次元の測定

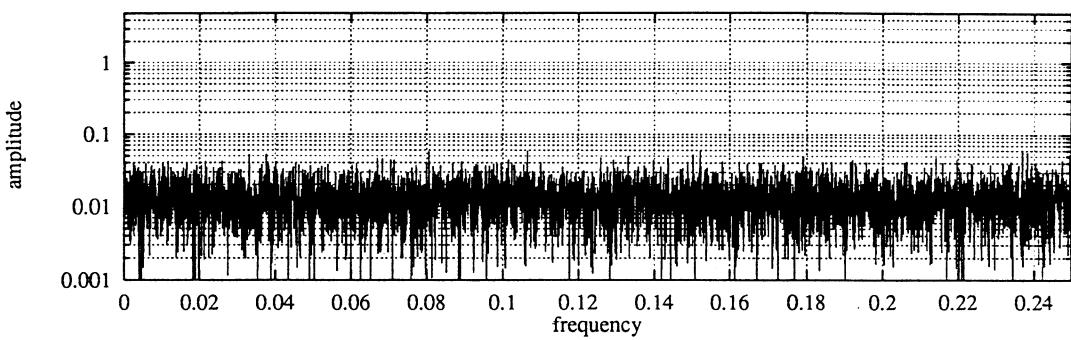


(d) 埋め込まれた軌道

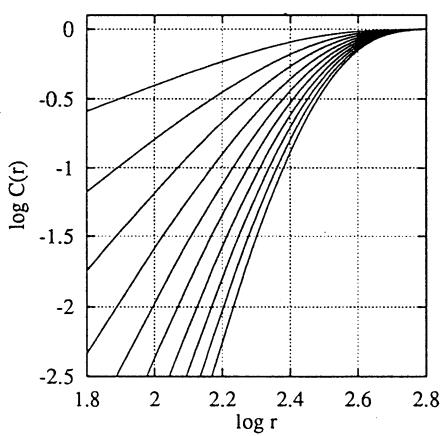
図 3.4: 数値例：概周期振動



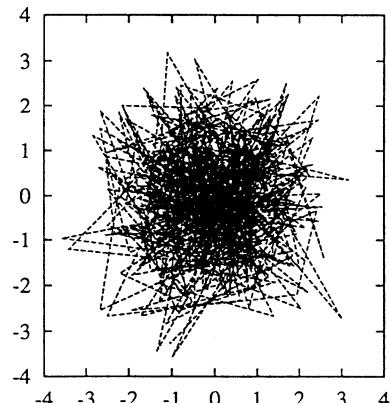
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

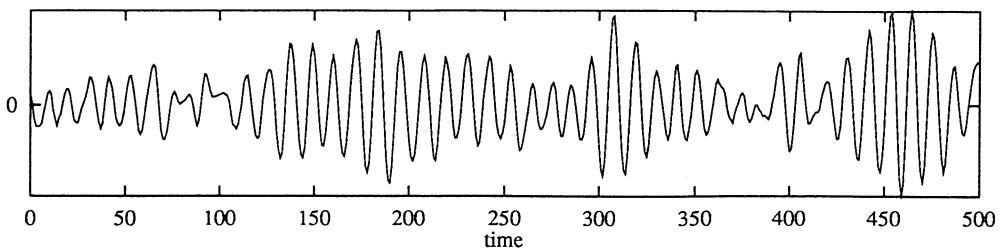


(c) 相関次元の測定

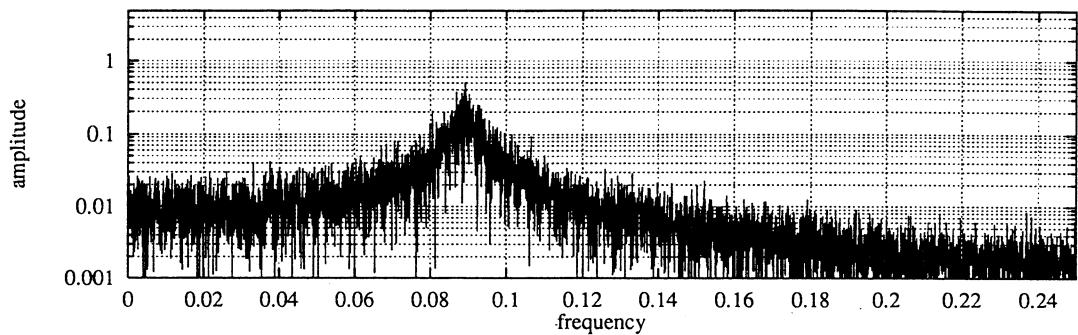


(d) 埋め込まれた軌道

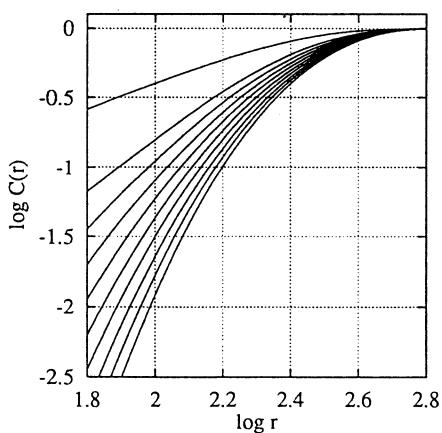
図 3.5: 数値例：ホワイトノイズ



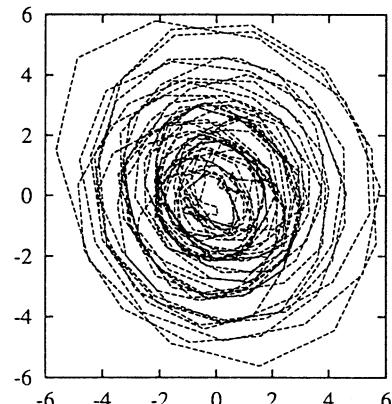
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

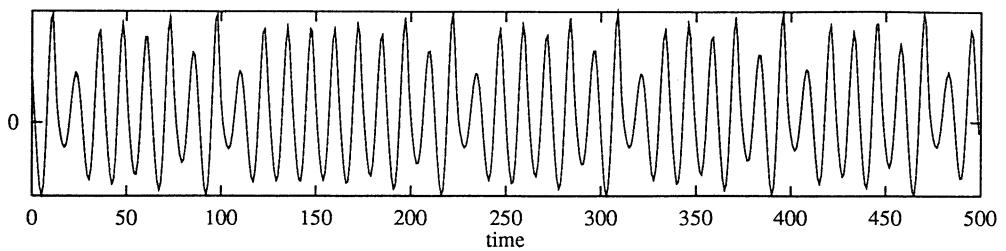


(c) 相関次元の測定

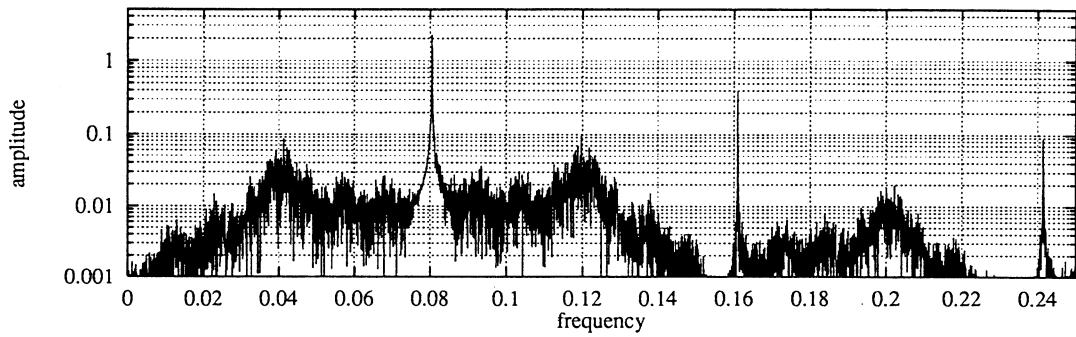


(d) 埋め込まれた軌道

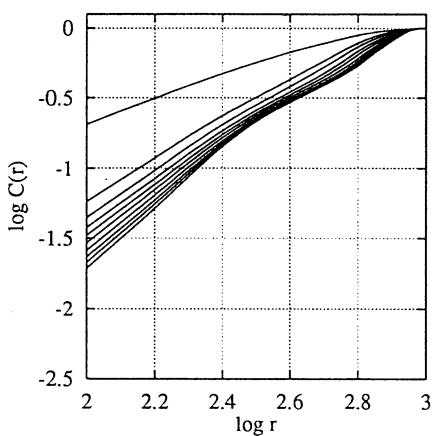
図 3.6: 数値例：周波数特性のあるノイズ信号



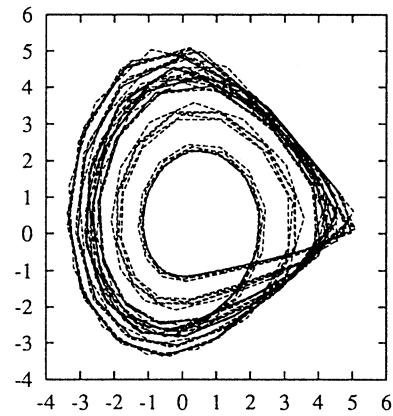
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル



(c) 相関次元の測定



(d) 埋め込まれた軌道

図 3.7: 数値例：カオス振動

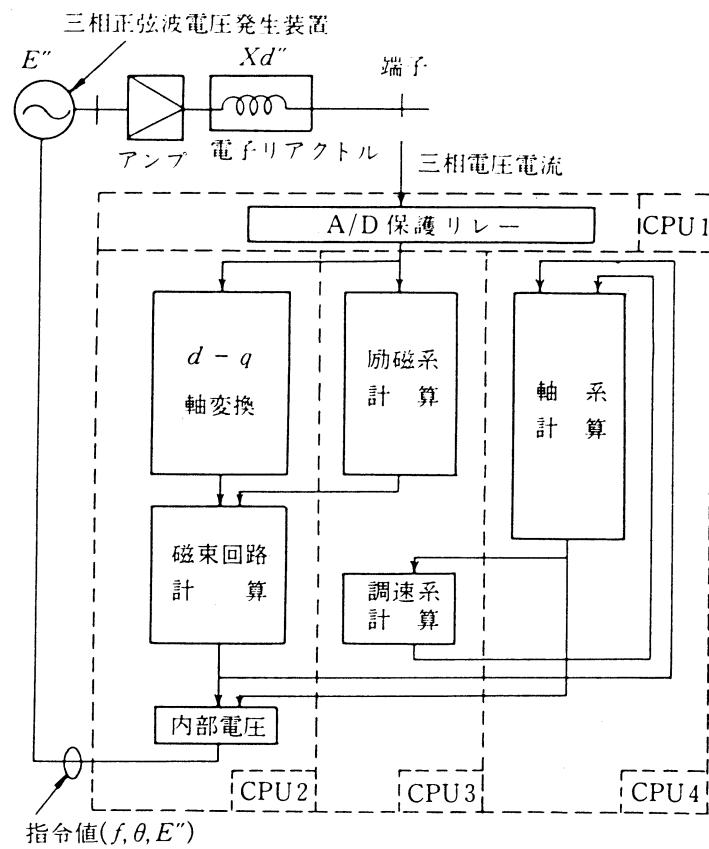


図 4.1: APSA のデジタル型発電機モデルの構成

表 4.1: 実験に用いた定数

(a) ケース A に用いた定数

M	10.59 [sec]	X_d	1.030 [pu]	X_q	0.618 [pu]	X'_d	0.3260 [pu]
X''_d	0.2440 [pu]	X''_q	0.2360 [pu]	X_l	0.1500 [pu]	T'_d	2.4100 [sec]
T''_d	0.0350 [sec]	T''_{q0}	0.029 [sec]	T_a	0.210 [sec]		
R_l	0.348 [pu]	L_l	1.822 [pu]				
G_{V1}	1.0	G_{V2}	78.4	G_{V3}	1.0	G_{V4}	0.036
T_{V1}	0.02 [sec]	T_{V2}	0.1 [sec]	T_{V3}	0.02 [sec]	T_{V4}	0.35 [sec]
U_{lV1}	24.5	L_{lV1}	-24.5	U_{lV2}	99.99	L_{lV2}	-99.99
v_{fs}	0.0						
T_{S1}	1.50 [sec]	T_{S2}	0.30 [sec]	T_{S3}	0.36 [sec]	T_{S8}	0.02 [sec]
G_{S8}	11.40	U_{lS}	0.05	L_{lS}	-0.05		
r_G	5.00 [%]	G_G	4.80	T_{G1}	42.0 [sec]	T_{G2}	0.45 [sec]
T_{G3}	0.10 [sec]	T_{G4}	0.02 [sec]	T_{G5}	0.17 [sec]	T_{G6}	-0.10 [sec]
U_{lG}	1.050	L_{lG}	0.00	K_G	-0.20		

(b) ケース B に用いた定数

M	7.43 [sec]	X_d	1.300 [pu]	X_q	1.756 [pu]	X'_d	0.3102 [pu]
X''_d	0.2410 [pu]	X''_q	0.059 [pu]	X_l	0.1896 [pu]	T'_d	0.9995 [sec]
T''_d	0.0196 [sec]	T''_q	0.059 [sec]	T_a	0.365 [sec]		
R_l	0.248 [pu]	L_l	1.340 [pu]				
G_{V1}	10.0	G_{V2}	26.30	G_{V3}	0.57	G_{V4}	0.064
T_{V1}	0.03 [sec]	T_{V2}	0.03 [sec]	T_{V3}	0.02 [sec]	T_{V4}	0.50 [sec]
U_{lV1}	99.99	L_{lV1}	-99.99	U_{lV2}	5.00	L_{lV2}	-2.50
v_{fs}	0.0						
T_{S1}	1.00 [sec]	T_{S2}	0.20 [sec]	T_{S3}	0.05 [sec]	T_{S8}	0.05 [sec]
G_{S8}	6.00	U_{lS}	0.05	L_{lS}	-0.05		
r_G	4.00 [%]	G_G	0.00	T_{G1}	0.18 [sec]	T_{G2}	0.20 [sec]
T_{G3}	0.10 [sec]	T_{G4}	0.42 [sec]	T_{G5}	9.00 [sec]	T_{G6}	-0.10 [sec]
U_{lG}	1.050	L_{lG}	0.00	K_G	0.35		

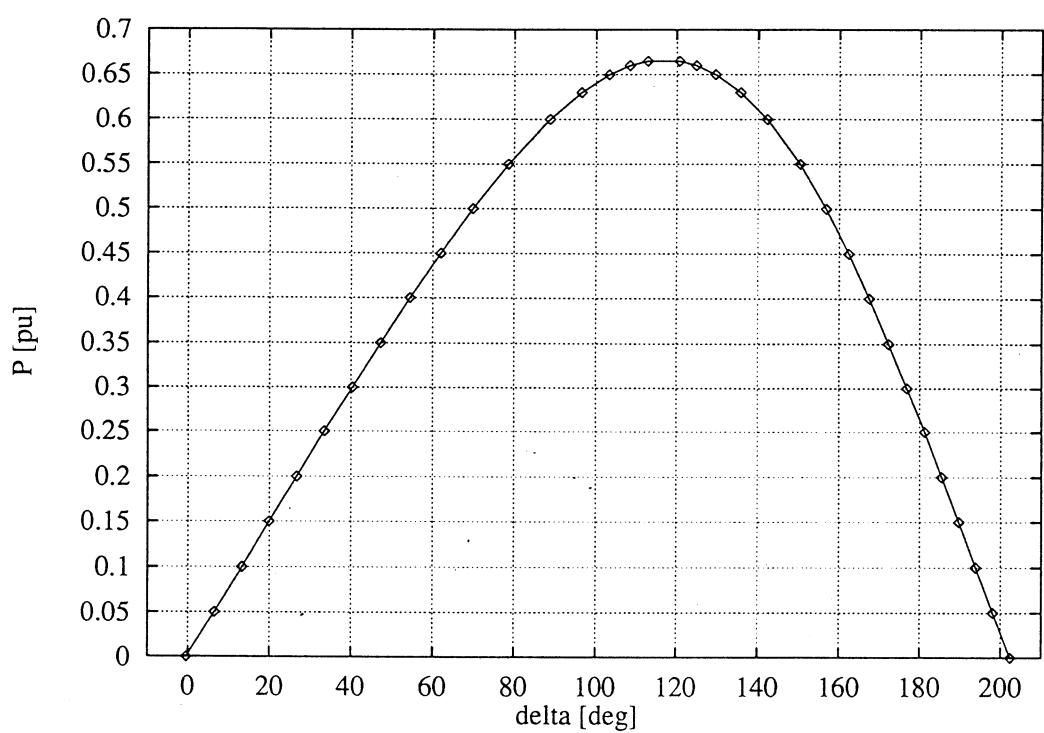
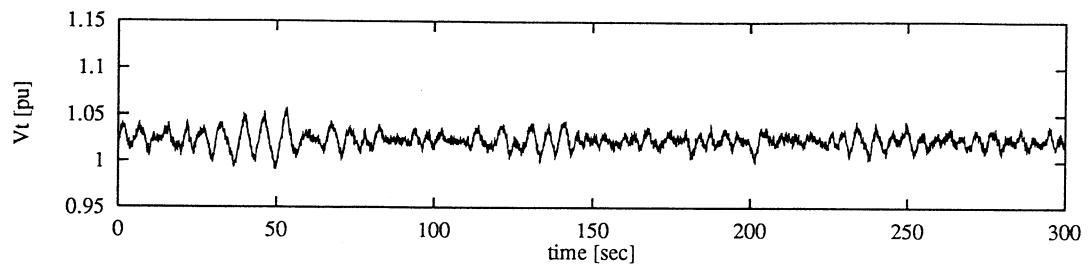
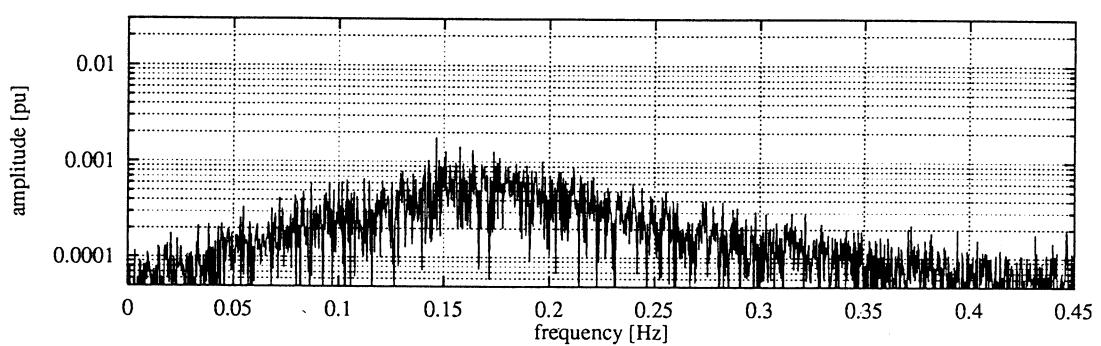


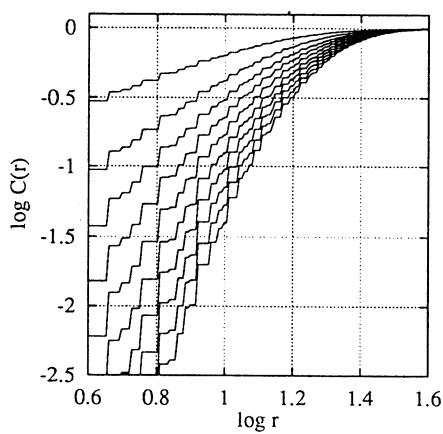
図 4.1: 実験ケース A の出力相差角曲線



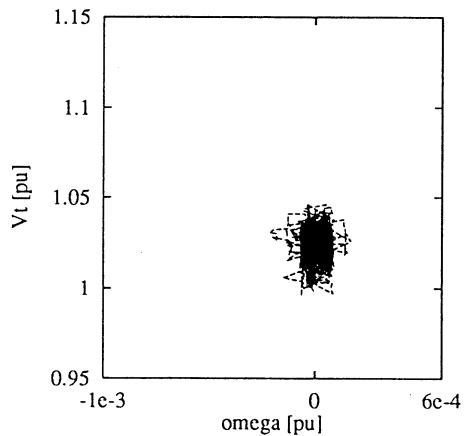
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

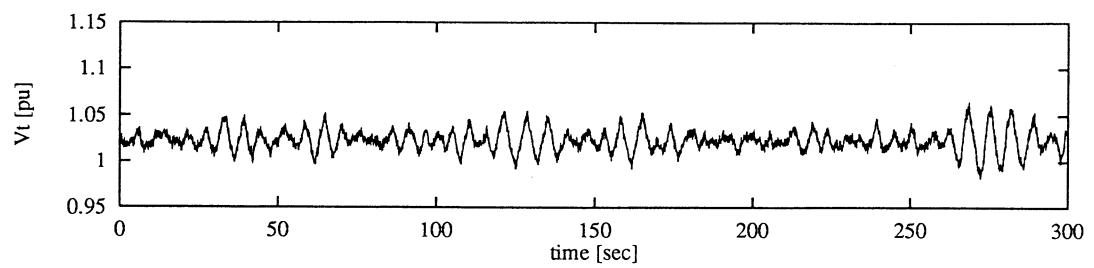


(c) 相関次元の測定

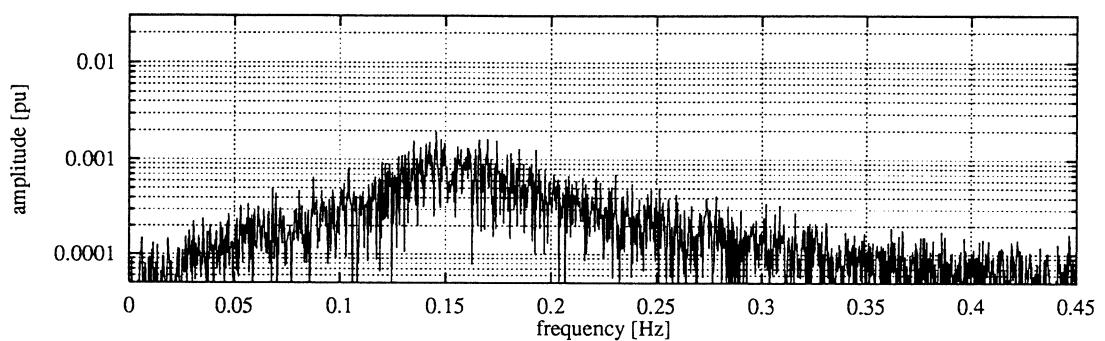


(d) ω - V_t 平面に射影した軌道

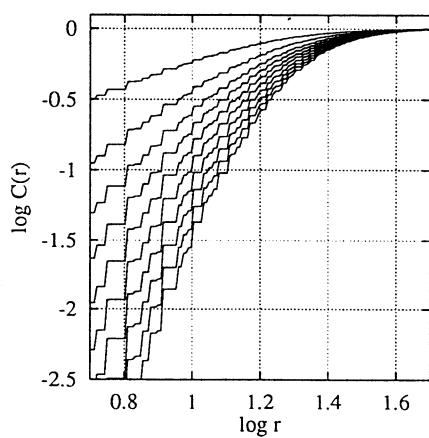
図 4.2: 実験ケース A-1 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.522$)



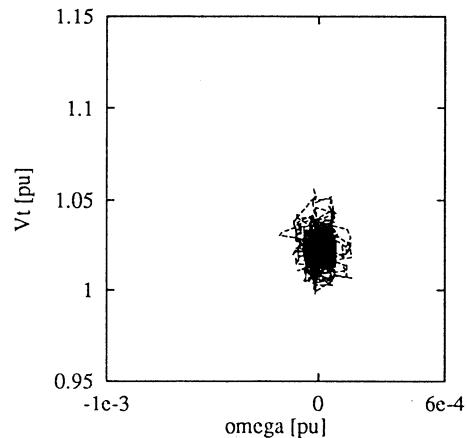
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

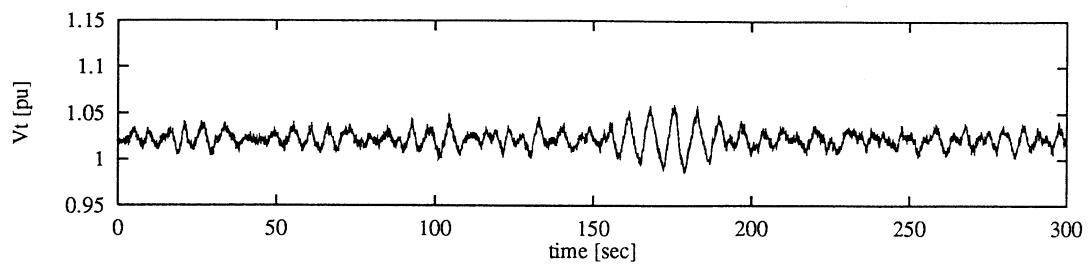


(c) 相関次元の測定

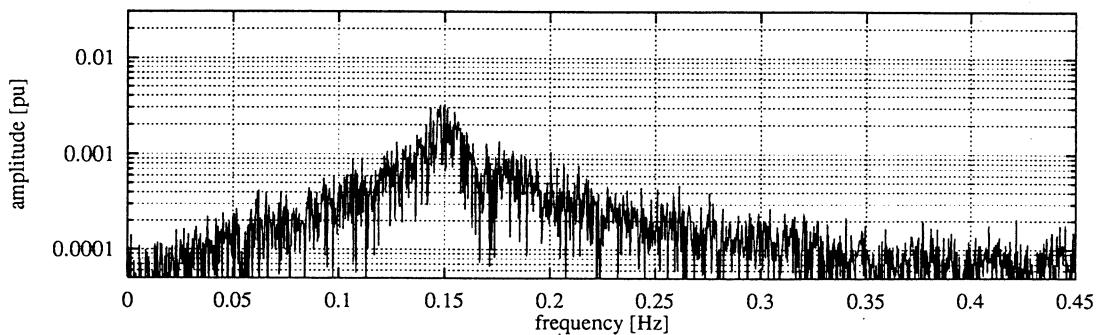


(d) $\omega - V_t$ 平面に射影した軌道

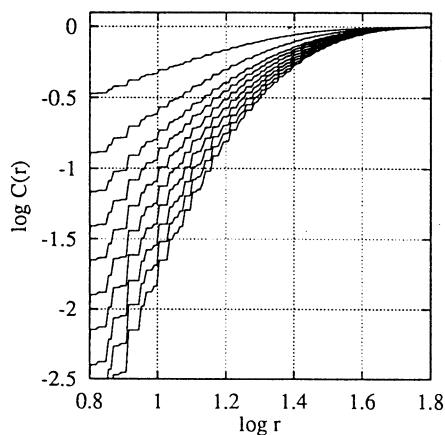
図 4.3: 実験ケース A-2 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.533$)



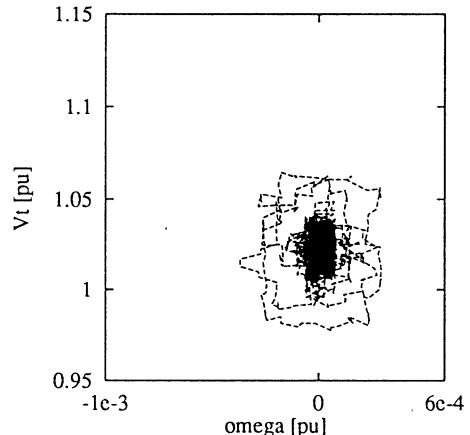
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

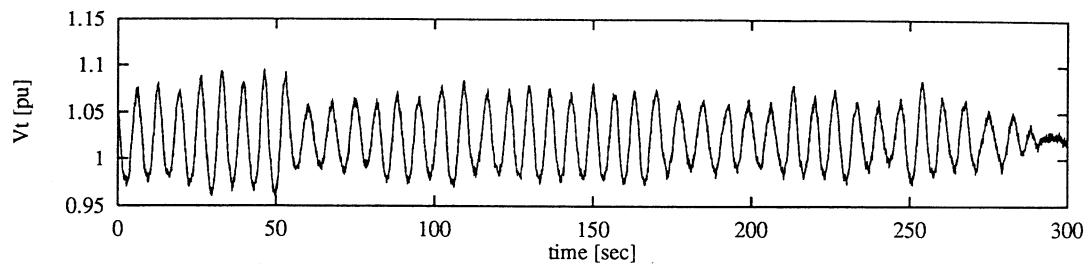


(c) 相関次元の測定

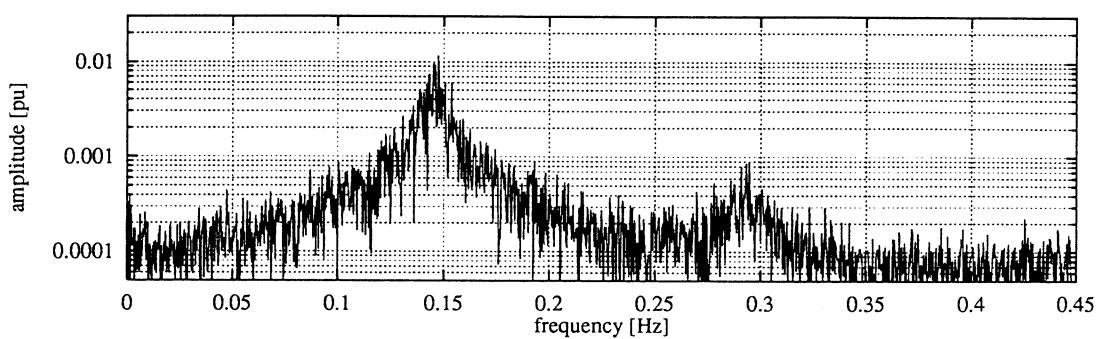


(d) $\omega - V_t$ 平面に射影した軌道

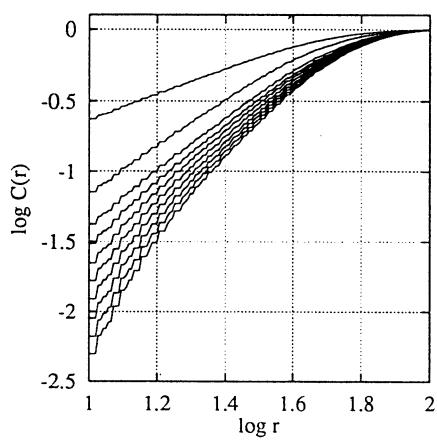
図 4.4: 実験ケース A-3 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.539$)



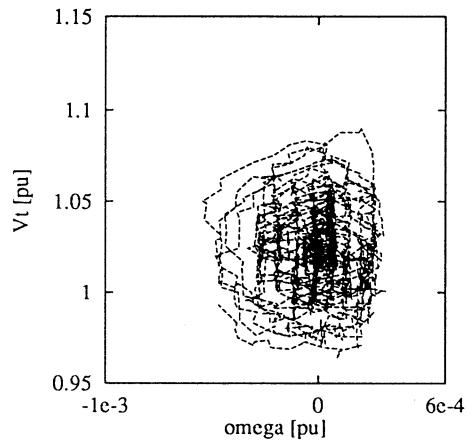
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

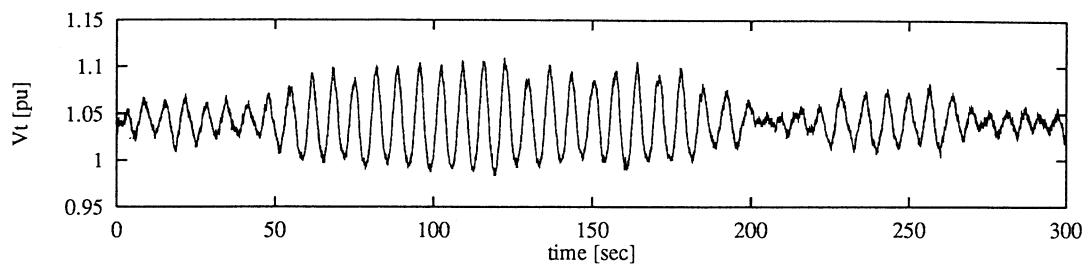


(c) 相関次元の測定

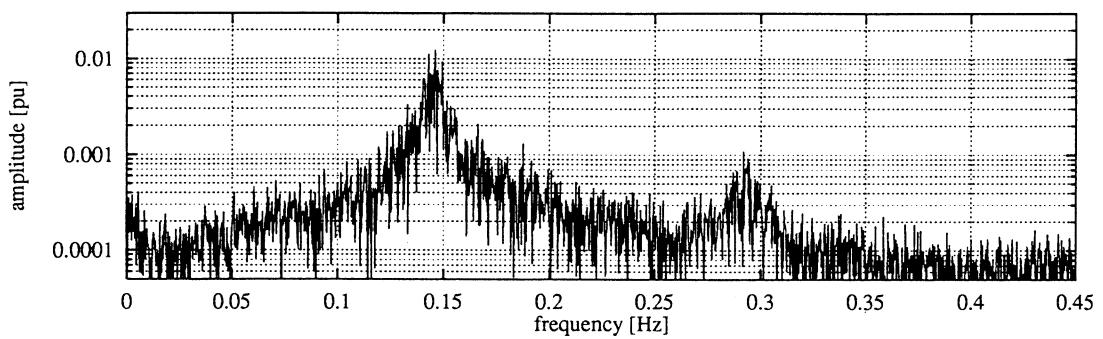


(d) $\omega - V_t$ 平面に射影した軌道

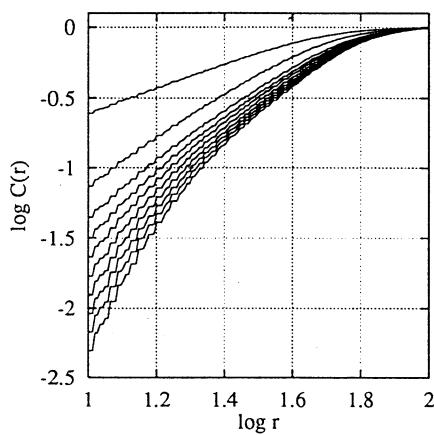
図 4.5: 実験ケース A-4 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.548$)



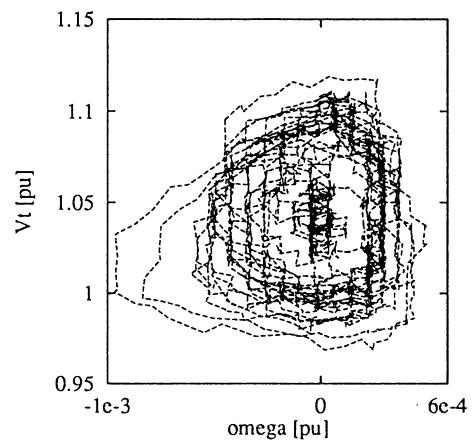
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

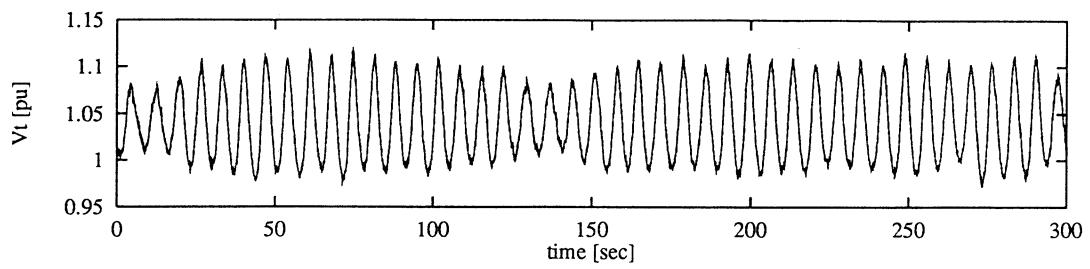


(c) 相関次元の測定

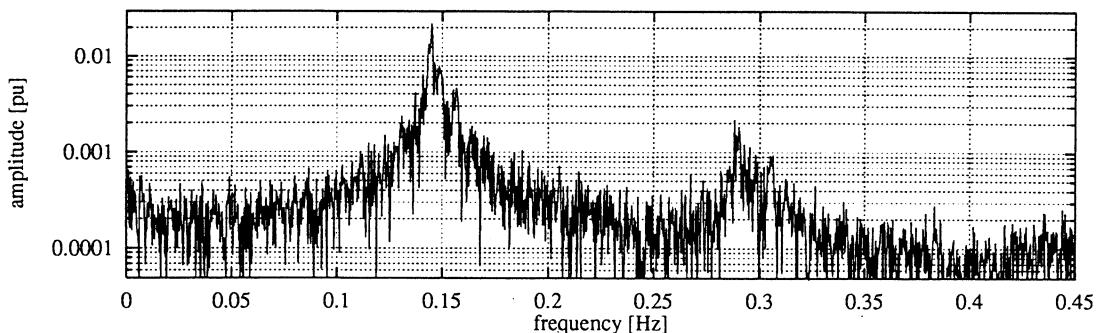


(d) ω - V_t 平面に射影した軌道

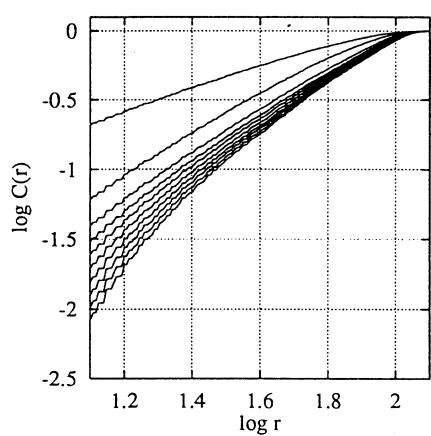
図 4.6: 実験ケース A-5 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.564$)



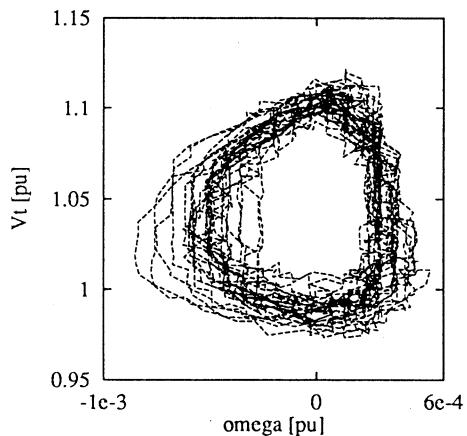
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

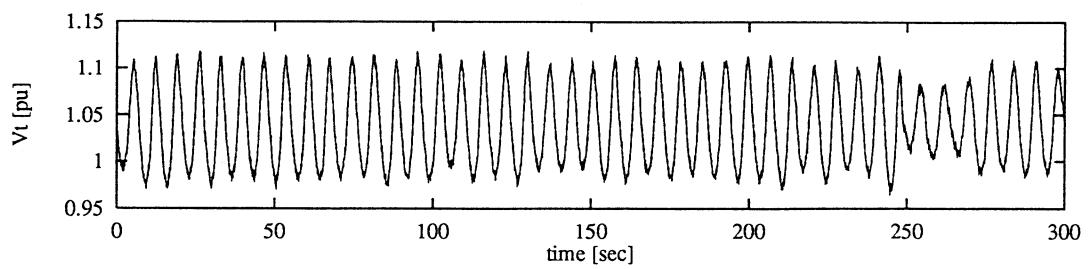


(c) 相関次元の測定

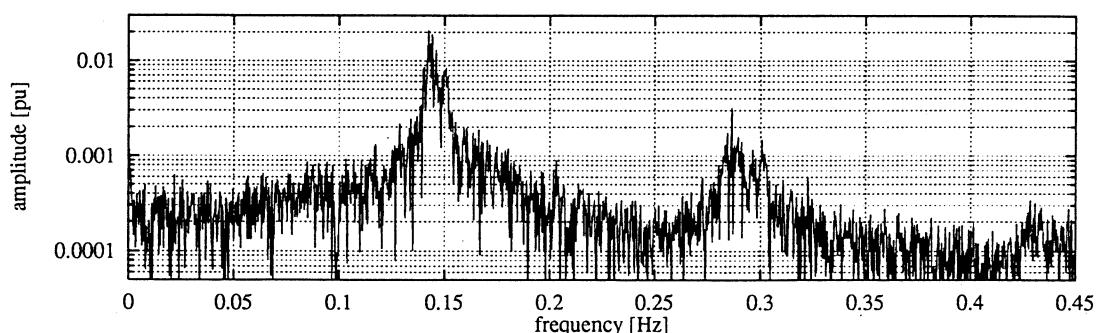


(d) $\omega - V_t$ 平面に射影した軌道

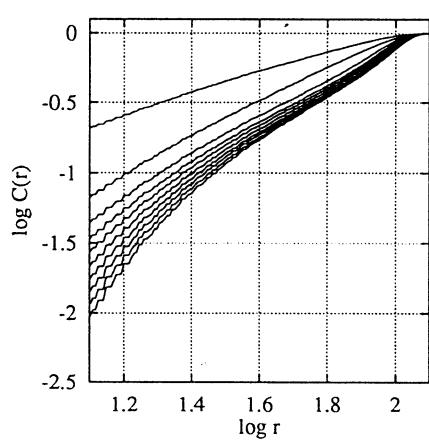
図 4.7: 実験ケース A-6 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.569$)



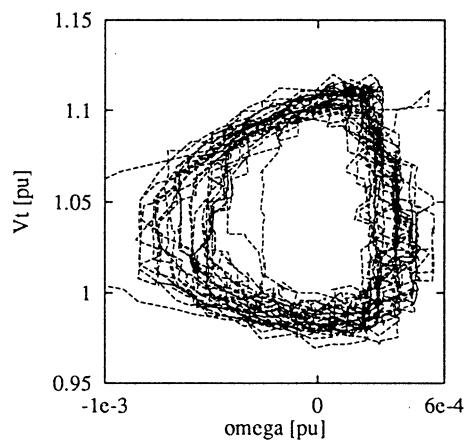
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

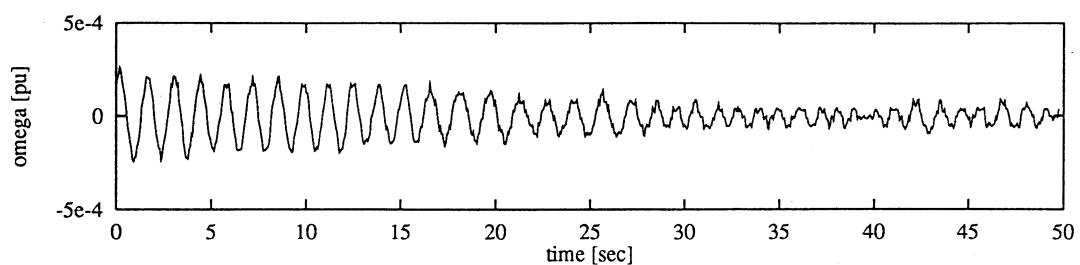


(c) 相関次元の測定

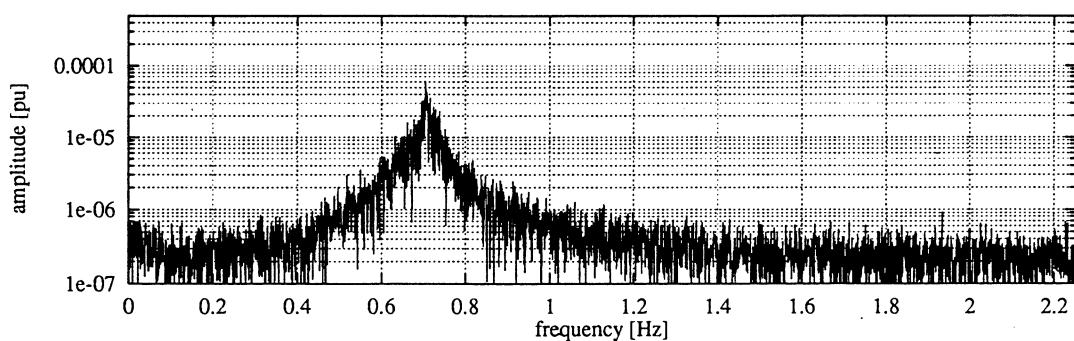


(d) $\omega - V_t$ 平面に射影した軌道

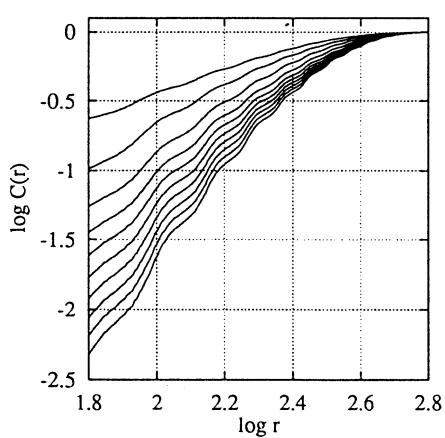
図 4.8: 実験ケース A-7 の解析結果 ($T_{Ms} = 0.570$)



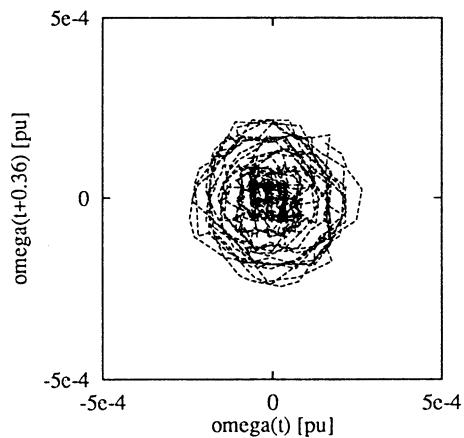
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

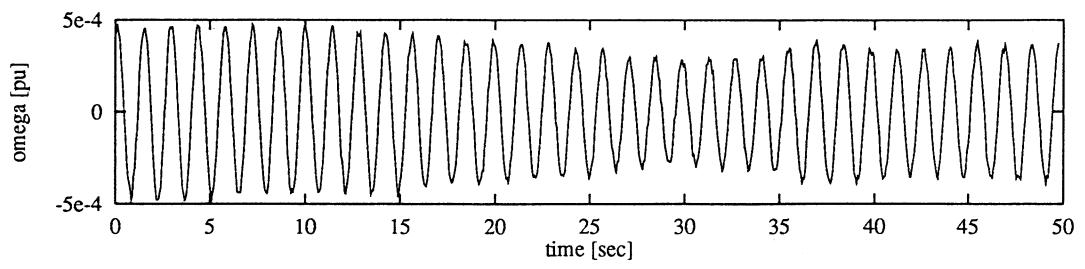


(c) 相関次元の測定

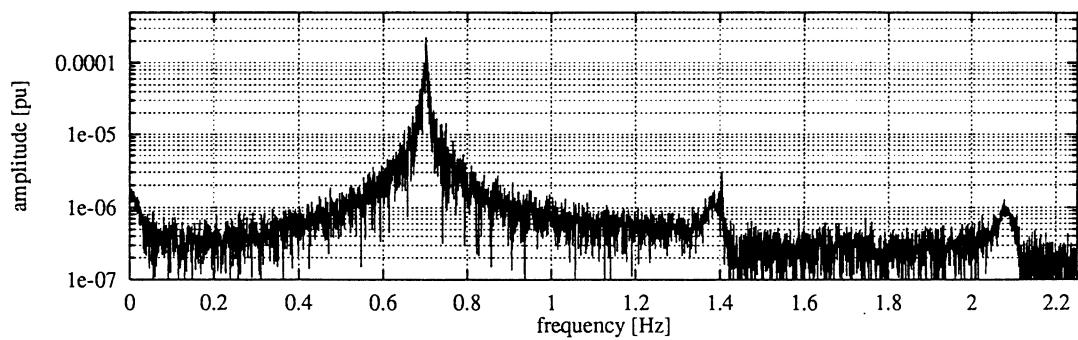


(d) 埋め込まれた軌道

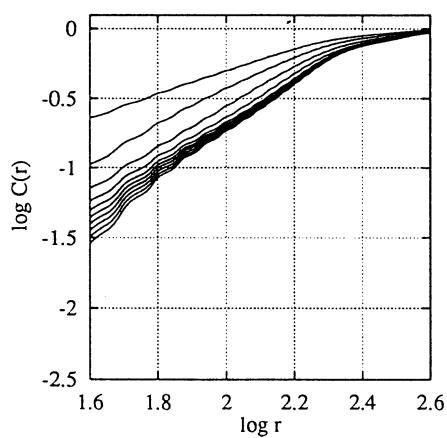
図 4.9: 実験ケース B-1 の解析結果 ($G_{V2} = 156.8$)



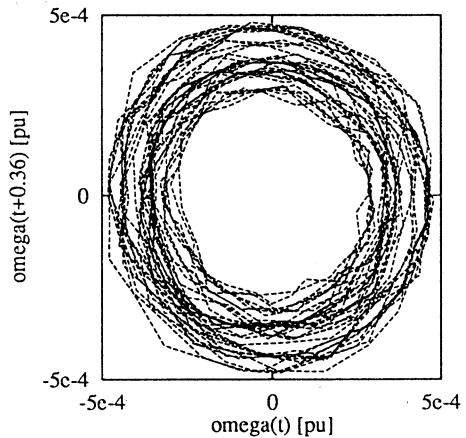
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

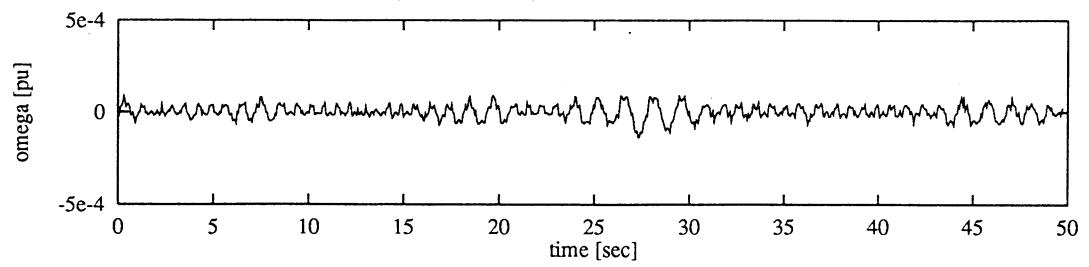


(c) 相関次元の測定

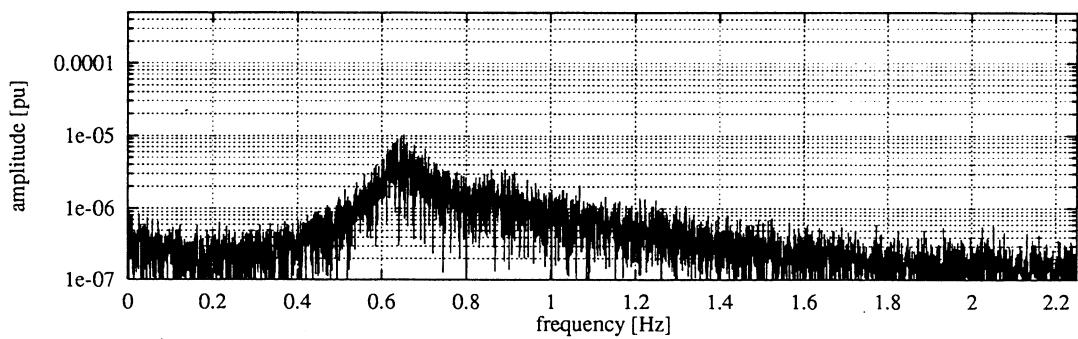


(d) 埋め込まれた軌道

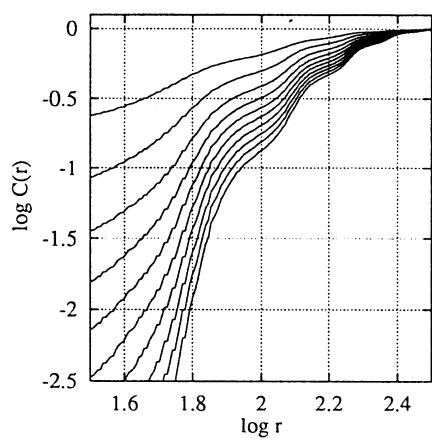
図 4.10: 実験ケース B-2 の解析結果 ($G_{V2} = 78.4$)



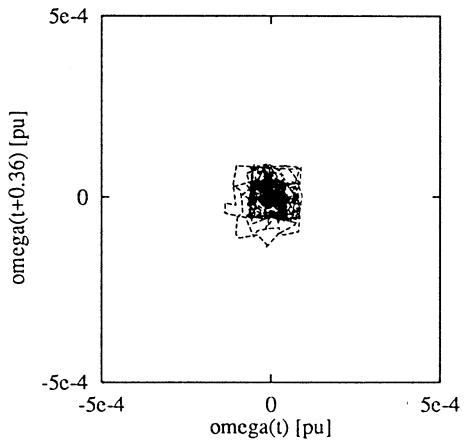
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

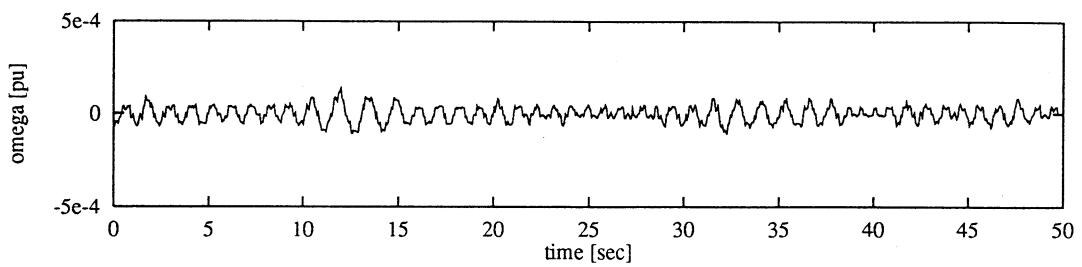


(c) 相関次元の測定

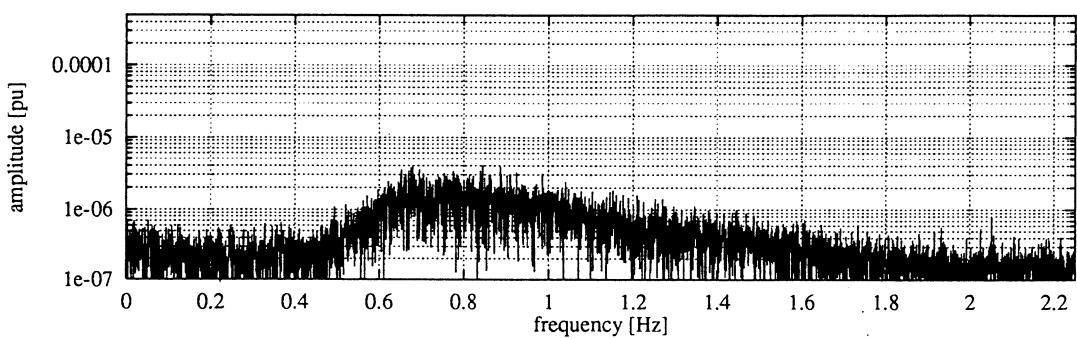


(d) 埋め込まれた軌道

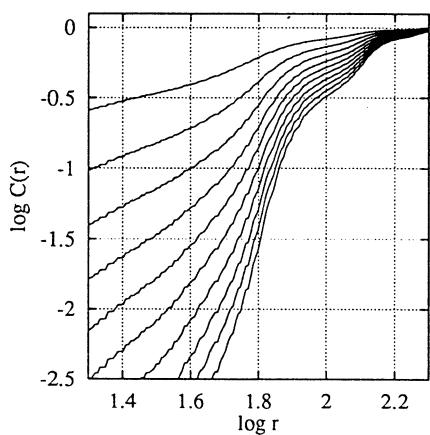
図 4.11: 実験ケース B-3 の解析結果 ($G_{V2} = 39.2$)



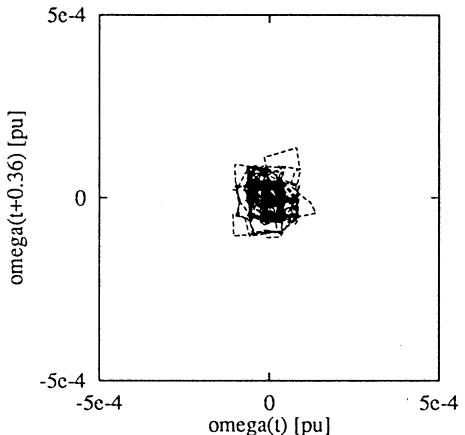
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル



(c) 相関次元の測定



(d) 埋め込まれた軌道

図 4.12: 実験ケース B-4 の解析結果 ($G_{V2} = 7.84$)

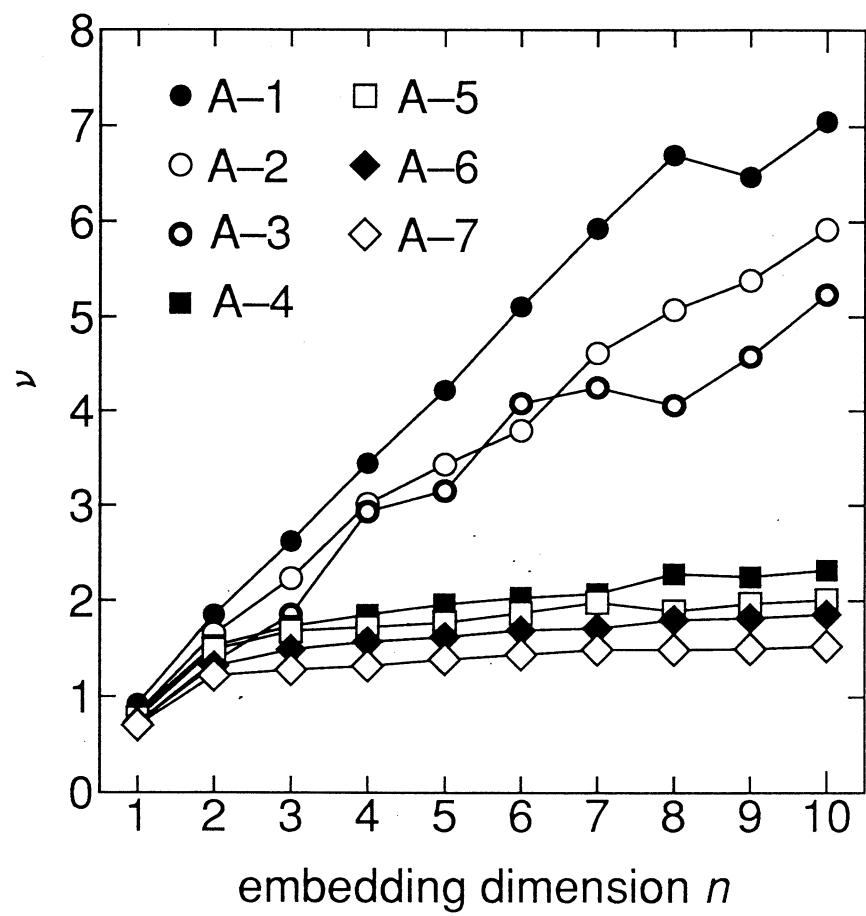


図 4.13: ケース A-1 から A-7 の相関次元測定結果

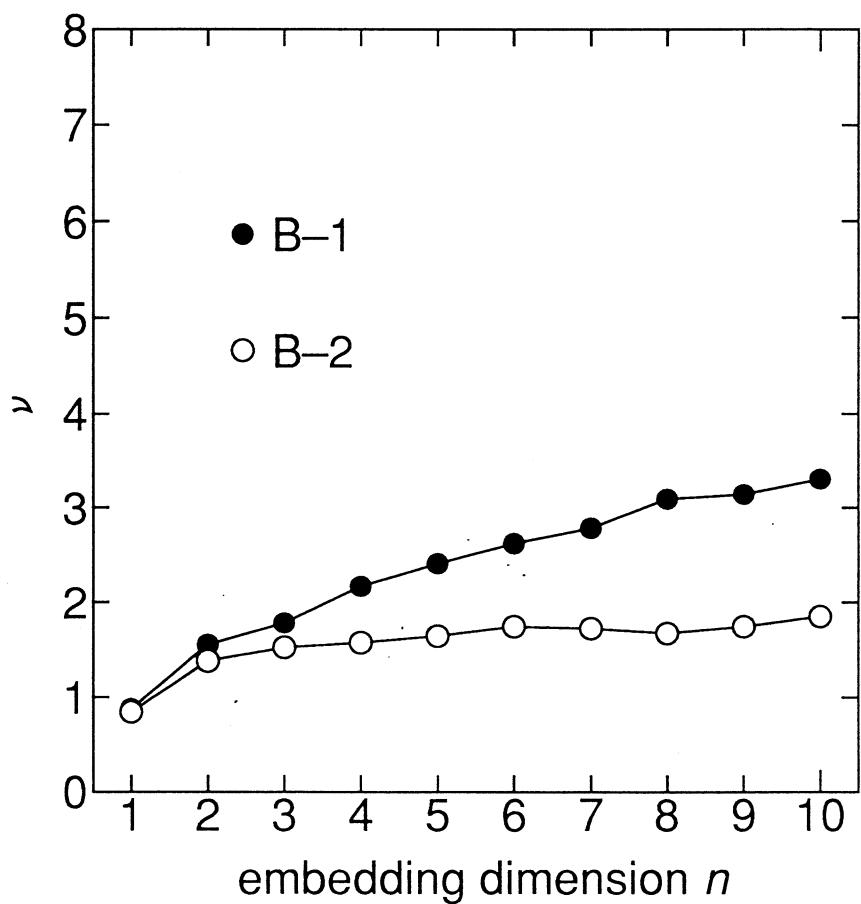
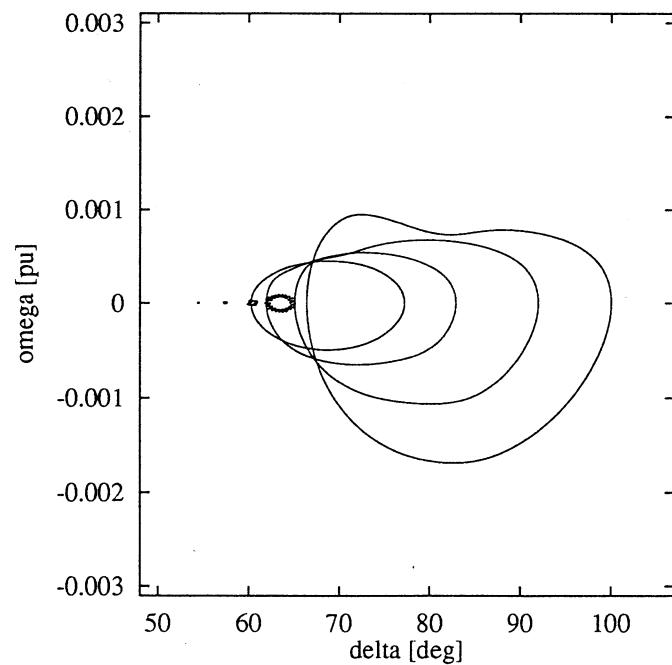
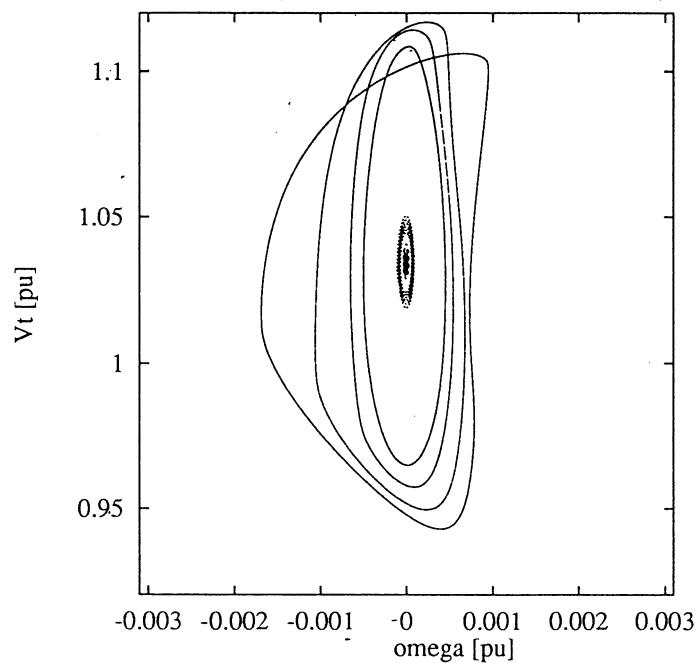


図 4.14: ケース B-1, B-2 の相関次元測定結果

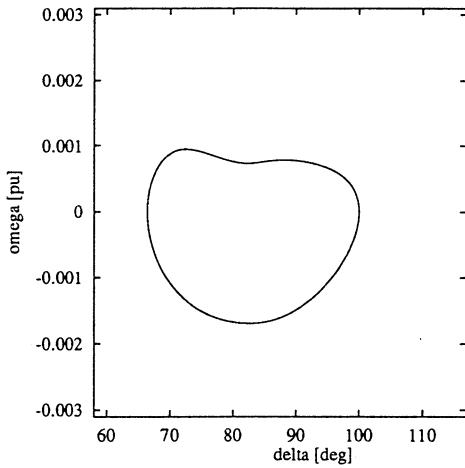


(a) $\delta-\omega$ 平面上への射影

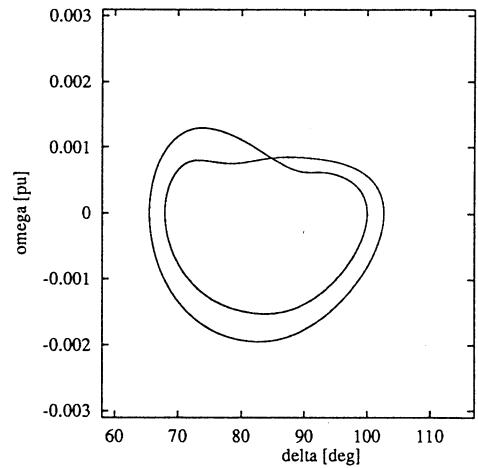


(b) $\omega-V_t$ 平面上への射影

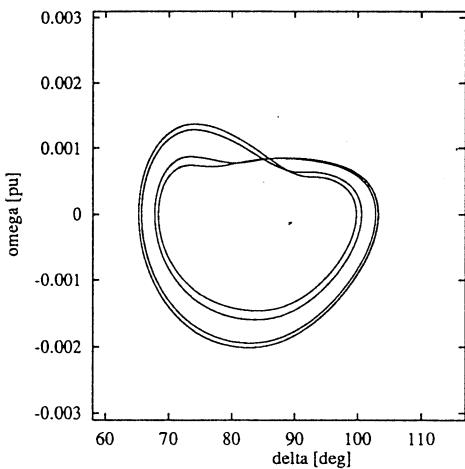
図 5.1: 周期軌道への分岐 ($T_{Ms} = 0.4, 0.42, 0.44, 0.46, 0.49, 0.51, 0.54, 0.56$)



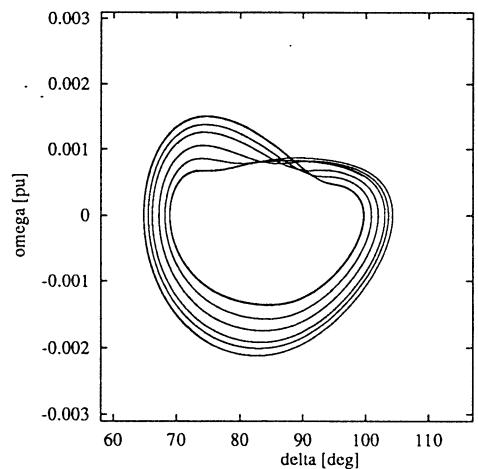
(a) $T_{Ms} = 0.56$ [pu]



(b) $T_{Ms} = 0.565$ [pu]

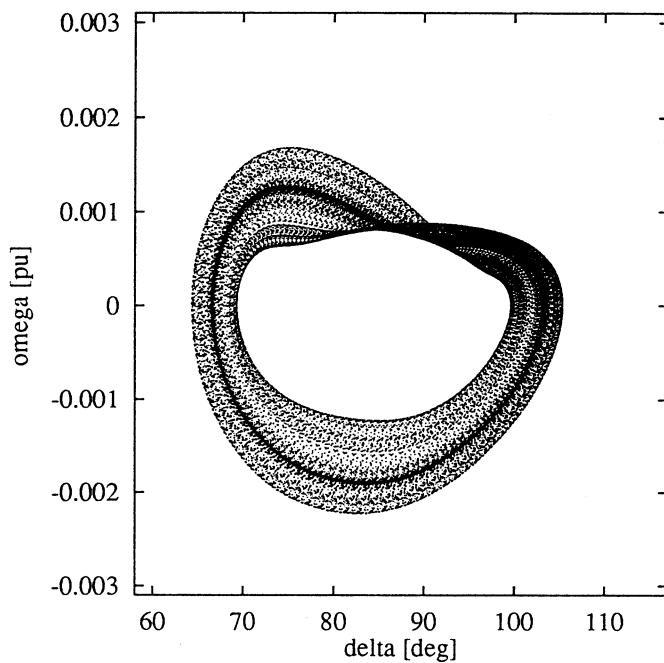


(c) $T_{Ms} = 0.566$ [pu]

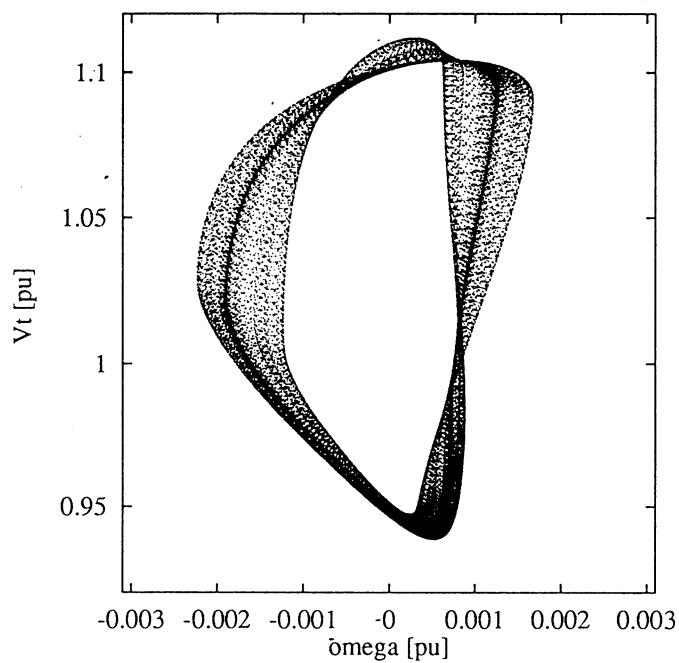


(c) $T_{Ms} = 0.568$ [pu]

図 5.2: T_{Ms} を変化させた時のアトラクタの変化

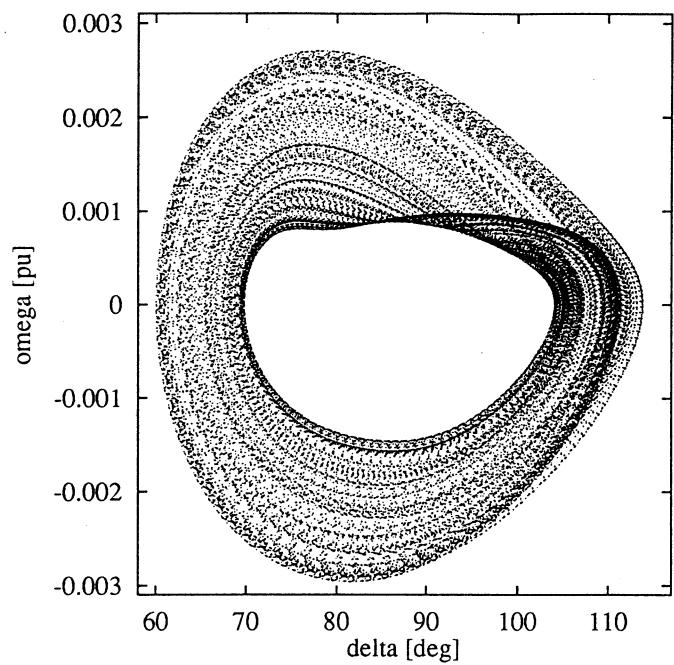


(a) δ - ω 平面上への射影

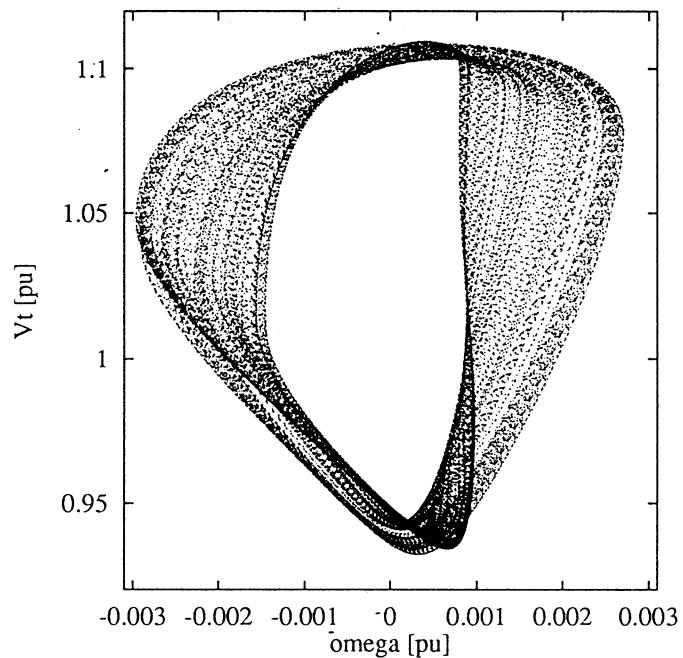


(b) ω - V_t 平面上への射影

図 5.3: アトラクタ ($T_{Ms} = 0.57$ [pu])

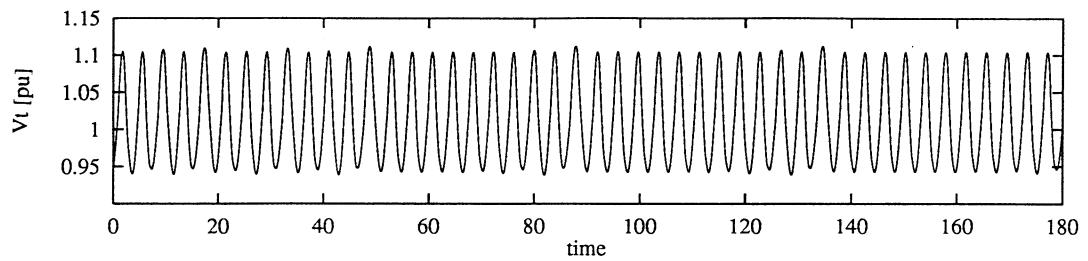


(a) δ - ω 平面上への射影

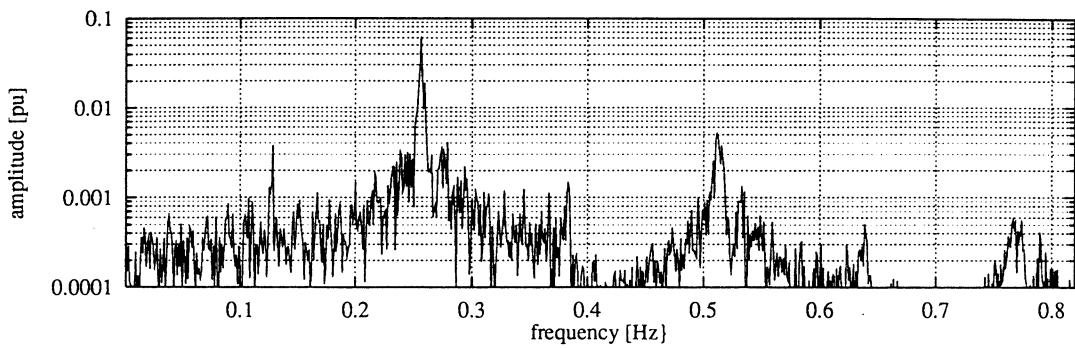


(b) ω - V_t 平面上への射影

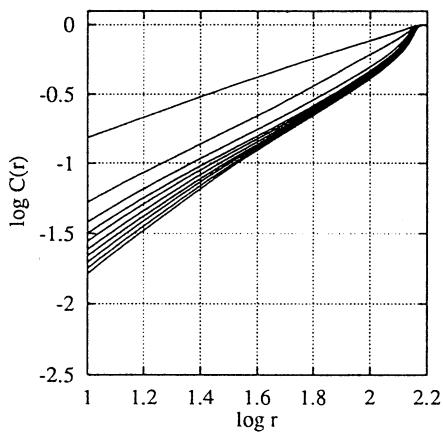
図 5.4: アトラクタ ($T_{Ms} = 0.578$ [pu])



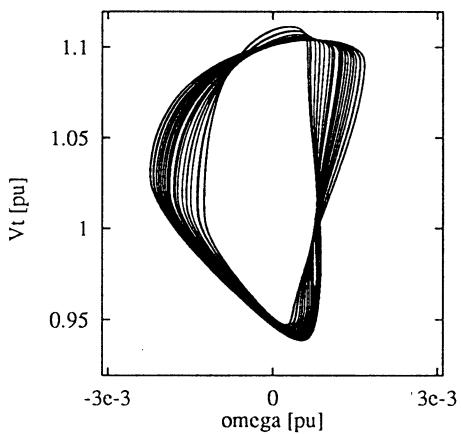
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

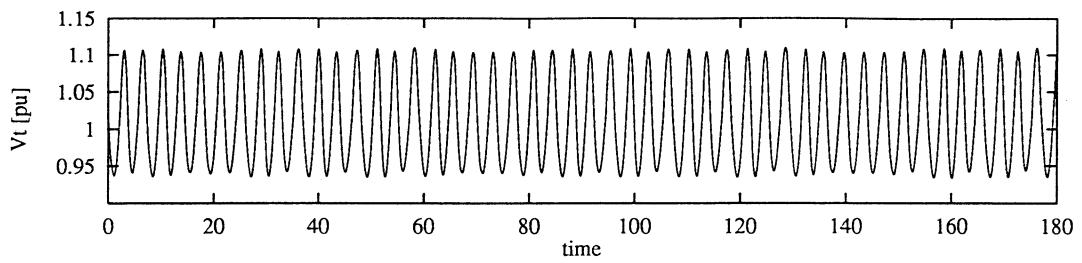


(c) 相関次元の測定

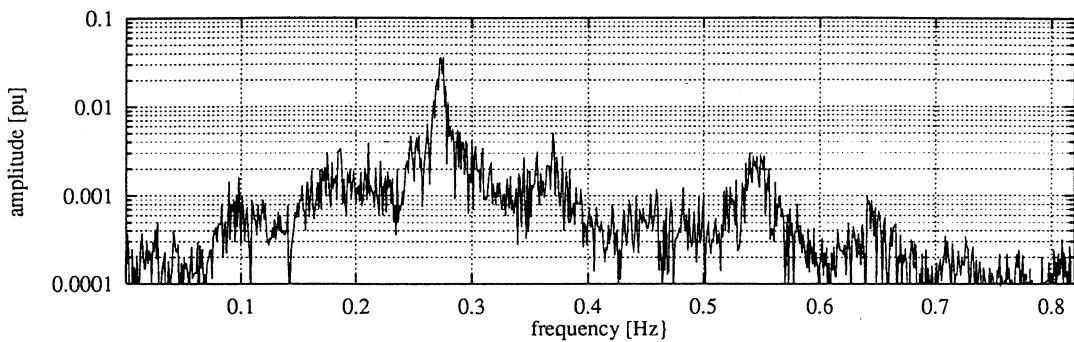


(d) $\omega - V_t$ 平面に射影した軌道

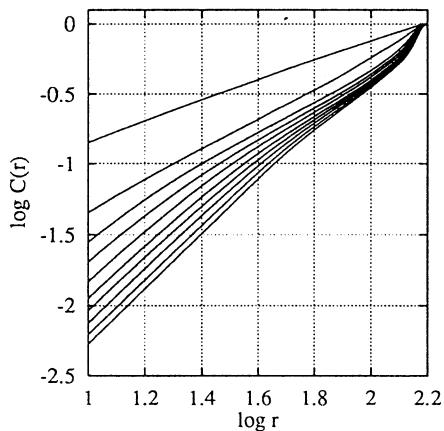
図 5.5: デジタルシミュレーション結果の解析 ($T_{Ms} = 0.57$)



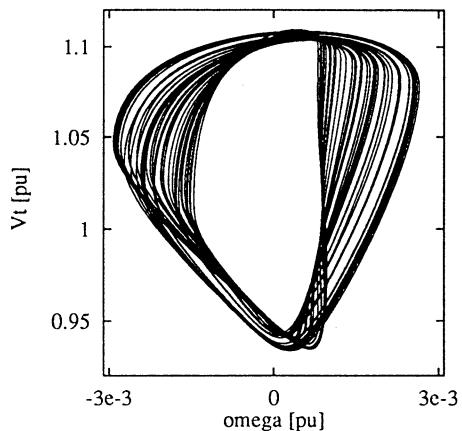
(a) 元の時系列データ



(b) 周波数スペクトル

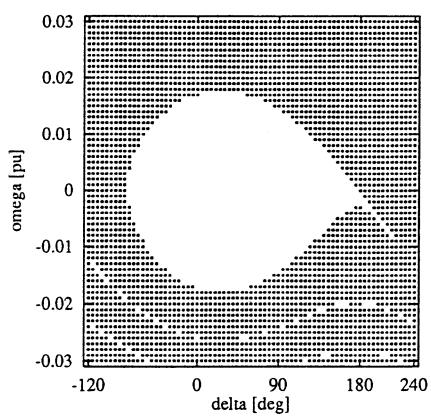


(c) 相関次元の測定

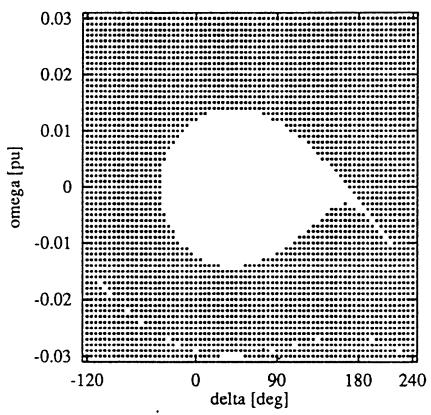


(d) ω - V_t 平面に射影した軌道

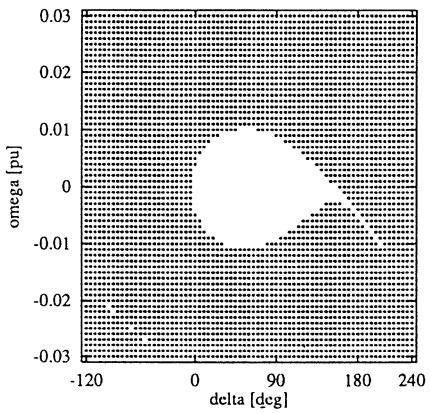
図 5.6: デジタルシミュレーション結果の解析 ($T_{Ms} = 0.578$)



(a) $T_M = 0.2$ [pu]

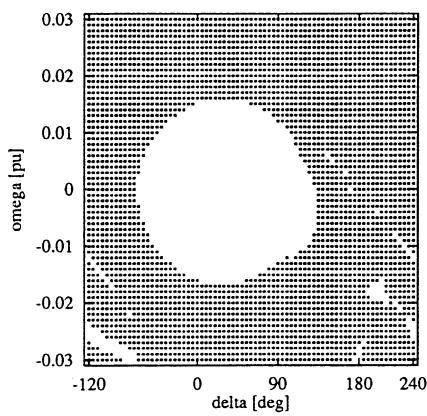


(b) $T_M = 0.3$ [pu]

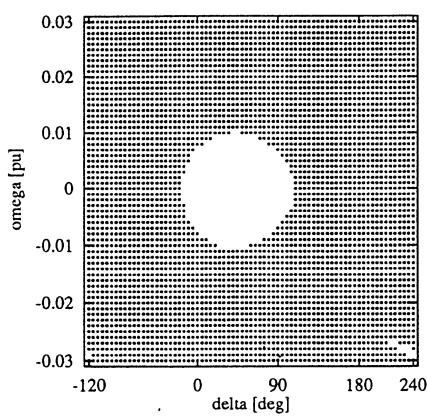


(c) $T_M = 0.4$ [pu]

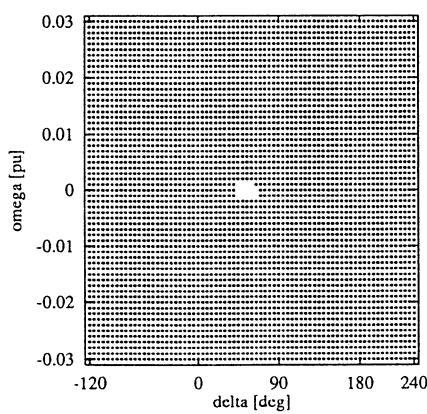
図 5.7: 制御系を除外した場合の引力圏断面



(a) $T_M = 0.2$ [pu]

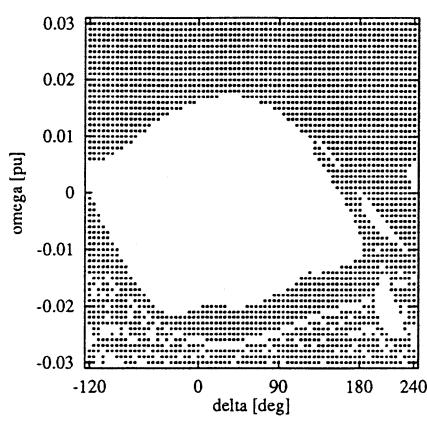


(b) $T_M = 0.3$ [pu]

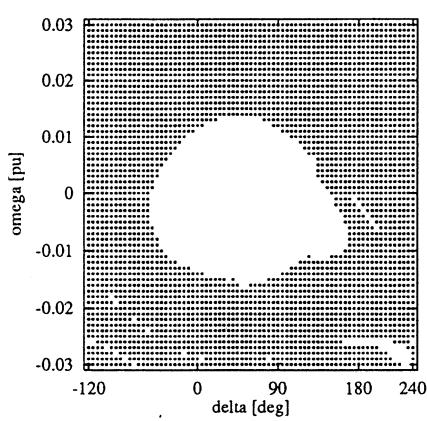


(c) $T_M = 0.4$ [pu]

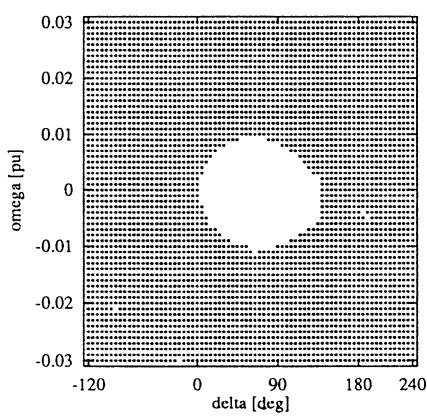
図 5.8: AVR が動作する時の引力圈断面



(a) $T_M = 0.2$ [pu]



(b) $T_M = 0.3$ [pu]



(c) $T_M = 0.4$ [pu]

図 5.9: AVR,PSS が動作する時の引力圈断面