

# AVR 特性に対する安定領域境界上の不安定周期軌道の変化

喜多 敏博 (熊本大学)

Computation Results of Unstable Periodic Cycles on the Stable Region Boundary  
for Various AVR Characteristics  
KITA Toshihiro (Kumamoto University)

## Abstract

Several recent studies show the possibilities of effect of unstable periodic solution on the transient stability region and propose the method to evaluate the stability region by obtaining the unstable periodic solution in the state space. In this study the variation of the bifurcation structures around the Hopf bifurcation point of a simple power system model according to the AVR characteristic is shown.

キーワード : 安定領域, 不安定周期解, AUTO97, ホップ分岐, 共存アトラクタ  
(stable region, unstable periodic solution, AUTO97, Hopf bifurcation, coexisting attractors)

## 1. はじめに

電力システムの過渡安定領域を評価する方法としてシステムモデルのエネルギー関数を用いる直接法がある。直接法は、一旦エネルギー関数が導出されればシステムの過渡安定度を高速に評価できる方法だが、その安定判別は、安定領域境界上の不安定平衡点の存在を前提としている。

一方、不安定周期軌道が安定領域を定める要素となり得る<sup>(1)(2)</sup>ことに注目して、その場合に過渡安定領域の評価を行う手法が提案されている。例えば、文献(3)では観測された電力動揺波形から電力動揺方程式を多項式近似することでホップ(Hopf)分岐特性を予測し、不安定周期軌道が過渡安定度に及ぼす影響を評価している。また文献(4)では、過渡安定領域に関係する不安定周期軌道の安定多様体の傾きと歪みを考慮した座標変換を行うことにより、安定判別を行う手法が提案されている。文献(5)では過渡安定領域に関係する不安定周期軌道の安定多様体を求める代わりになるものとして、発電機の励磁状態に対応した様々な準位についてそれぞれ不安定周期軌道を求め、安定性判別や安定化制御を行う手法が示されている。

本論文では、簡略な AVR を考慮した一機無限大母線システムを対象として、ホップ分岐点付近の分岐構造が、AVR のゲインや時定数の変化に伴って様々に変化することを示す。

## 2. 対象とする電力系統

2.1 モデル 発電機モデルは発電機相角  $\delta(\text{rad})$ , 回転子速度偏差  $\omega(\text{p.u.})$ , 過渡リアクタンス背後電圧  $e'_q(\text{p.u.})$ (界磁磁束  $\psi_f$  に比例する) を状態変数とする 3 次元モデルである。

$$\dot{\delta} = \omega_B \omega \dots\dots\dots (1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{M}(P_m - P_e - D\omega) \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{e}'_q = \frac{1}{T'_{do}} \{-e'_q - (X_d - X'_d)i_d + e_f\} \dots\dots (3)$$

$$i_d = -c_1 V_\infty \sin \delta - c_2 V_\infty \cos \delta + c_3 e'_q \dots\dots (4)$$

$$i_q = c_4 V_\infty \sin \delta - c_5 V_\infty \cos \delta + c_6 e'_q \dots\dots (5)$$

$$P_e = \{e'_q + (X_q - X'_d)i_d\} i_q \dots\dots\dots (6)$$

$$e_d = X_q i_q, \quad e_q = e'_q - X'_d i_d \dots\dots\dots (7)$$

$$V_t = \sqrt{e_d^2 + e_q^2} \dots\dots\dots (8)$$

ここで定数  $c_1, c_2, \dots, c_6$  の値は、外部インピーダンスによって定められる。発電機と無限大母線は直列インピーダンスを介してつながっている、すなわち発電機端子電圧、無限大母線電圧、発電機電流の関係が

$$E_t = E_\infty + (R_e + jX_e)I \dots\dots\dots (9)$$

と表されるとしているので、

表1 系統定数

Table 1. System constants

$X_d$ 1.030 p.u.	$X_q$ 0.618 p.u.	$\omega_B$ $120\pi$ rad/s
$V_\infty$ 1.0 p.u.	$R_e$ 0.073 p.u.	$X_e$ 0.47 p.u.
$M$ 10.59 s	$T'_{do}$ 7.61 s	$X'_d$ 0.326 p.u.
$U_{IV}$ 3.08	$L_{IV}$ -2.01	$V_{ts}$ 1.05 p.u.
$D$ 3	$G_V$ 108.7	$P_m$ 1.4 p.u.
$e_{fs}$ 1.05 p.u.		

$$c_0 = R_e^2 + (X_q + X_e)(X'_d + X_e) \dots\dots\dots (10)$$

$$c_1 = c_5 = c_6 = \frac{R_e}{c_0} \dots\dots\dots (11)$$

$$c_2 = c_3 = \frac{X_q + X_e}{c_0}, \quad c_4 = \frac{X'_d + X_e}{c_0} \quad (12)$$

となる。AVR ブロックはゲイン  $G_V$ 、時定数  $T_V$  の一次遅れ要素のみで表した。端子電圧目標値は  $V_{ts}$  (p.u.)、励磁電圧のバイアスは  $e_{fs}$  (p.u.)、励磁電圧の  $e_f$  のリミタは上限値  $U_{IV}$  (p.u.)、下限値  $L_{IV}$  (p.u.) とした。すなわち励磁電圧  $e_f$  は

$$e_f = \begin{cases} L_{IV} & (g_V \leq L_{IV}) \\ g_V & (L_{IV} < g_V < U_{IV}) \quad \dots\dots\dots (13) \\ U_{IV} & (g_V \geq U_{IV}) \end{cases}$$

$$g_V = \{G_V(V_{ts} - V_t) - (g_V - e_{fs})\}/T_V \quad \dots (14)$$

と表される。

発電機、送電線に関する定数値は、特に記す場合を除いては表1の値を用いた。

2.2 静特性 図1は発電機機械入力  $P_m$  に対する系統の静特性を示す。図の(a)は平衡点での  $\delta$  の値を、(b)は  $e'_q$  の値を、(c)は励磁電圧  $e_f$  の値を示す。

よく知られているように、AVR ゲインが大きな値に設定された場合、発電機機械入力  $P_m$  がある値を越えると図1で実線で表された平衡点は不安定(破線で示す)となる。図1は  $G_V = 108.7$ 、 $T_V = 0.05$  s の場合であり、 $P_m > 0.72$  p.u. で平衡点が不安定となっている。(図2(a)も参照のこと。)図1において2つの平衡点が  $P_m \simeq 2.21$  p.u. で衝突し消滅するが、消滅点において破線と点線が滑らかに接続していないのは、図1(c)にも現れているように励磁電圧のリミタ(上限 3.08 p.u.)によるものである。

### 3. AVR ゲイン $G_V$ を大きな値に設定した場合

図2にはいくつかの  $T_V$  の値に対し、 $P_m$  を可変パラメータとした時の分岐図を示した。分岐図は、定常状態に達した時の  $\delta_P$  を用いて描いた。ここで  $\delta_P$  は、軌道がポアンカレ (Poincaré) 断面  $\omega = 0$  を  $\omega$  の正から負の方向へ横

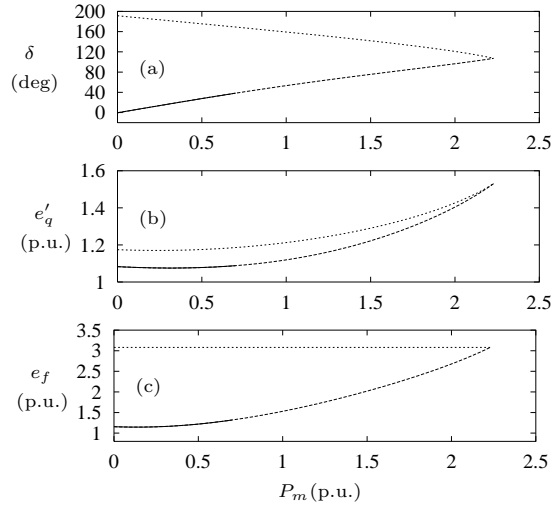


図1  $P_m$  に対する  $\delta$ ,  $e'_q$ ,  $e_f$  の静特性 ( $G_V=108.7$ ,  $T_V=0.05$  s)

Fig. 1. Static characteristic of  $\delta$ ,  $e'_q$  and  $e_f$  for  $P_m$

切る時の  $\delta$  の値である。

図2の分岐図は通常のシミュレーション(ルンゲクッタ法による微分方程式の求解)によるものであり安定な定常解しか示されていないが、分岐構造をより詳細に調べるために汎用分岐構造解析ツール AUTO97<sup>(6)</sup> を用いて不安定周期解の算出を行った。AUTO97では、安定性によらず、パラメータの増減の方向によらず、平衡解を連続して追跡することができる。

なお、AVR 出力のリミタを表す式(13)は区分線形であり、滑らかではない。図2の計算には区分線形リミタをそのまま用いたが、AUTO97では微分値が不連続になると計算不能になる場合があるので、式(13)を滑らかな関数を用いて近似的に表す必要がある。

絶対値記号  $|\cdot|$  を用いると式(13)は

$$e_f = \frac{|g_V - L_{IV}| - |g_V - U_{IV}| + L_{IV} + U_{IV}}{2} \quad (15)$$

と表される。また、 $|x|$  をなめらかに近似する関数として

$$\frac{2}{\pi} x \tan^{-1} px \quad \dots\dots\dots (16)$$

を用いることができ、式(16)のパラメータ  $p$  によってその「なめらかさ」が変化する。(図3)本論文では、AUTO97を用いた計算では式(13)の代わりに式(15)と式(16)を用い、パラメータ  $p$  の値としては10を用いた。

AUTO97を用いた計算結果を図4に示す。図4(a)-(e)は図2(a)-(e)に対応し、グラフのスケールも全て合わせてある。図4(a)-(e)では、図2(a)-(e)には現れていない、

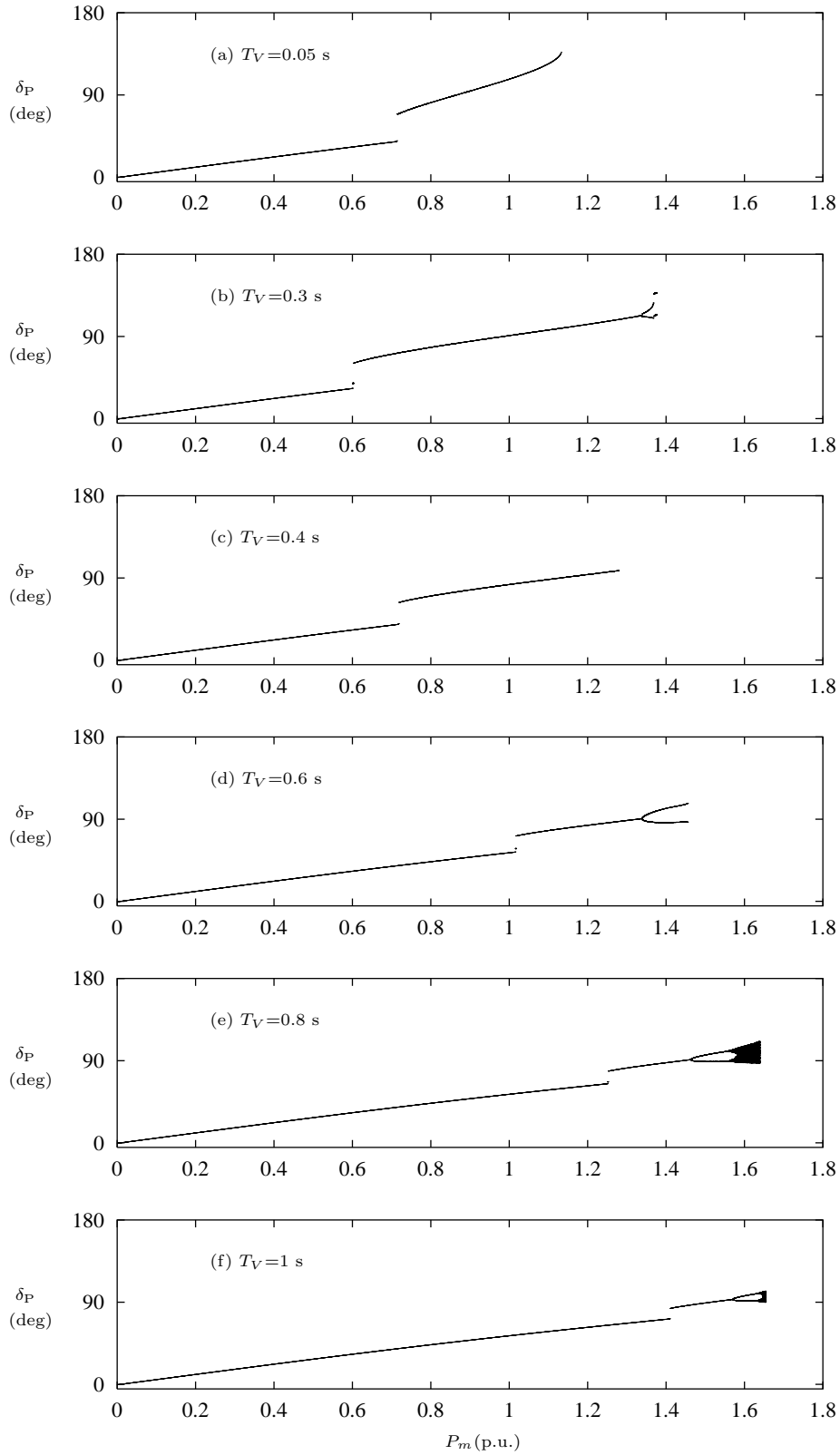


図2  $G_V = 108.7$  の場合の分岐図 ( $P_m$  を 0 p.u. から準静的に増加)

Fig. 2. Bifurcation diagrams for  $G_V=108.7$

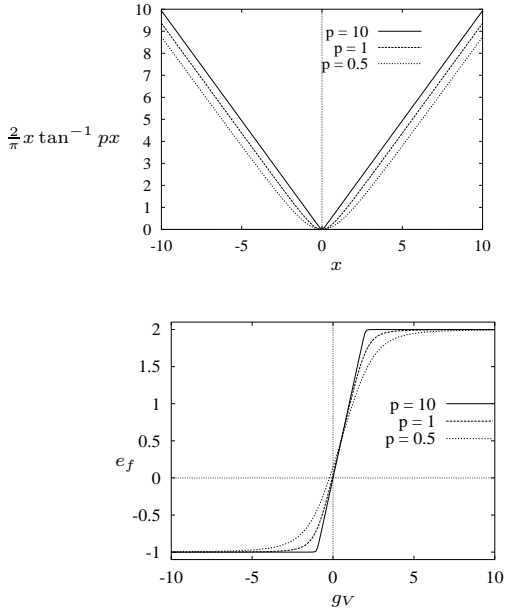


図3 式 (15) および式 (16) を用いて近似した絶対値関数とリミタ ( $L_{IV} = -1, U_{IV} = 2$  の場合)

Fig. 3. Absolute-value function and limiter approximated by Eq. (15) and Eq. (16)

不安定な平衡点や不安定な周期解 (点線で示す) を見ることができる。周期解は全てその  $\delta$  の最大値  $\delta_{\max}$  を用いて表されている。(従って図 2 に用いた  $\delta_P$  とは異なり, 2 周期的な周期解については“上半分”しか表されない。)

まず図 4(a)-(e) 全てについて, 平衡点が不安定となる分岐点はサブクリティカル ホップ分岐<sup>(2)(4)</sup> であることが分かる。それに伴い不安定周期解および安定周期解が見られ, 平衡点から周期解への跳躍が生じる。安定周期解には, 周期フォールド分岐やフリップ分岐が生じている。

また図 2 には現れていないが, 図 4 には安定周期解と共存する 2 周期的な安定周期解が存在することが示されている。(例えば, 図 4(f) の  $P_m = 1.31$  p.u. から  $P_m = 1.36$  p.u. の間)

また, 図 5 に示すのは図 2 と同様にして描いた分岐図である。ただし  $P_m$  を 0.7 p.u. に設定したときの安定平衡点の状態から  $P_m$  を 1.32 p.u. に急変し以後準静的に  $P_m$  を増加して得られた分岐図に図 2(f) を重畳して描いた。図 5 において  $1.32 < P_m < 1.42$  の領域では安定平衡点と, 安定周期解あるいはカオスアトラクタが共存している。

これらの領域は, 線形解析による安定度判別では平衡点は安定であると判定されるが, 実際は設定値の急変や系統事故等の外乱で持続動揺の状態に陥る可能性があることになる。

#### 4. AVR ゲイン $G_V$ が小さな値の場合

本節においては, AVR ゲイン設定値は  $G_V = 10$  とした。いくつかの  $T_V$  の値に対し, AUTO97 を用いて不安定周期解を含む分岐図を算出した。得られた結果を図 6 に示す。なお, 図 6 は, 図 2 や図 4 とはスケールが異なることに注意すること。

図 6(a) の  $T_V = 0.05$  s の場合には安定平衡点はサブクリティカル ホップ分岐によって不安定になっている。また, ホップ分岐の手前で安定リミットサイクルが (安定平衡点と共存して) 存在することが分かる。しかし, ホップ分岐が生じる時にはリミットサイクルは消滅しているため図 2 に見られたような周期解への跳躍は観測されず, 直ちに脱調に至る。

図 6(b)-(d) の場合は, ホップ分岐はスーパークリティカルである。これに伴い生じる安定周期解は (AVR リミタでなく) 発電機本体の非線形特性に起因しているものである。式 (13) のリミタは安定平衡点の近傍では線形特性を持ち, 振幅の小さな安定解には作用し得ないからである。

図 6(e) の  $T_V = 1.4$  s の場合も図 6(a) の場合と同様に安定平衡点はサブクリティカル ホップ分岐によって不安定になり直ちに脱調する。

#### 5. ま と め

本論文では, 簡略な 1 次遅れモデルの AVR を考慮した一機無限大母線系統を対象として, 様々な AVR ゲインや AVR 時定数に対して, 不安定平衡点や不安定周期解を含む分岐図を示し, 分岐構造が様々に変化することを示した。不安定周期軌道の存在が過渡安定度に顕著に影響する条件を調べるのが今後の課題として挙げられる。

#### 文 献

- (1) C.D. Vournas, M.A. Pai and P.W. Sauer: “The Effect of Automatic Voltage Regulation on the Bifurcation Evolution in Power Systems,” *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.11, No.4, pp.1683–1688 (1996)
- (2) 三谷・喜多: 「電力系統における非線形動的現象とその応用」電学論 B, 122-B, 697~700 (2002)
- (3) 川崎・苗・今村・三谷・辻: 「非線形動的システム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」電学論 B, 120-B, 325~332 (2000)
- (4) 天野・熊野・井上・谷口: 「電力系統における振動現象のホップ分岐理論による安定性判別」電学論 B, 121-B, 708~714 (2001)
- (5) 渡邊・三谷・辻: 「Hopf 分岐理論に基づく電力系統安定領域の評価」電学論 B, 122-B, 174~180 (2002)
- (6) E.Doedel and H.B.Keller and J.P.Kernevez: “Numerical analysis and control of bifurcation problems (I) Bifurcation in finite dimensions,(II) Bifurcation in infinite dimensions,” *Int. J. Bifurcation & Chaos*, Vol.1, No.3, pp.493–520, pp.745–772 (1991)

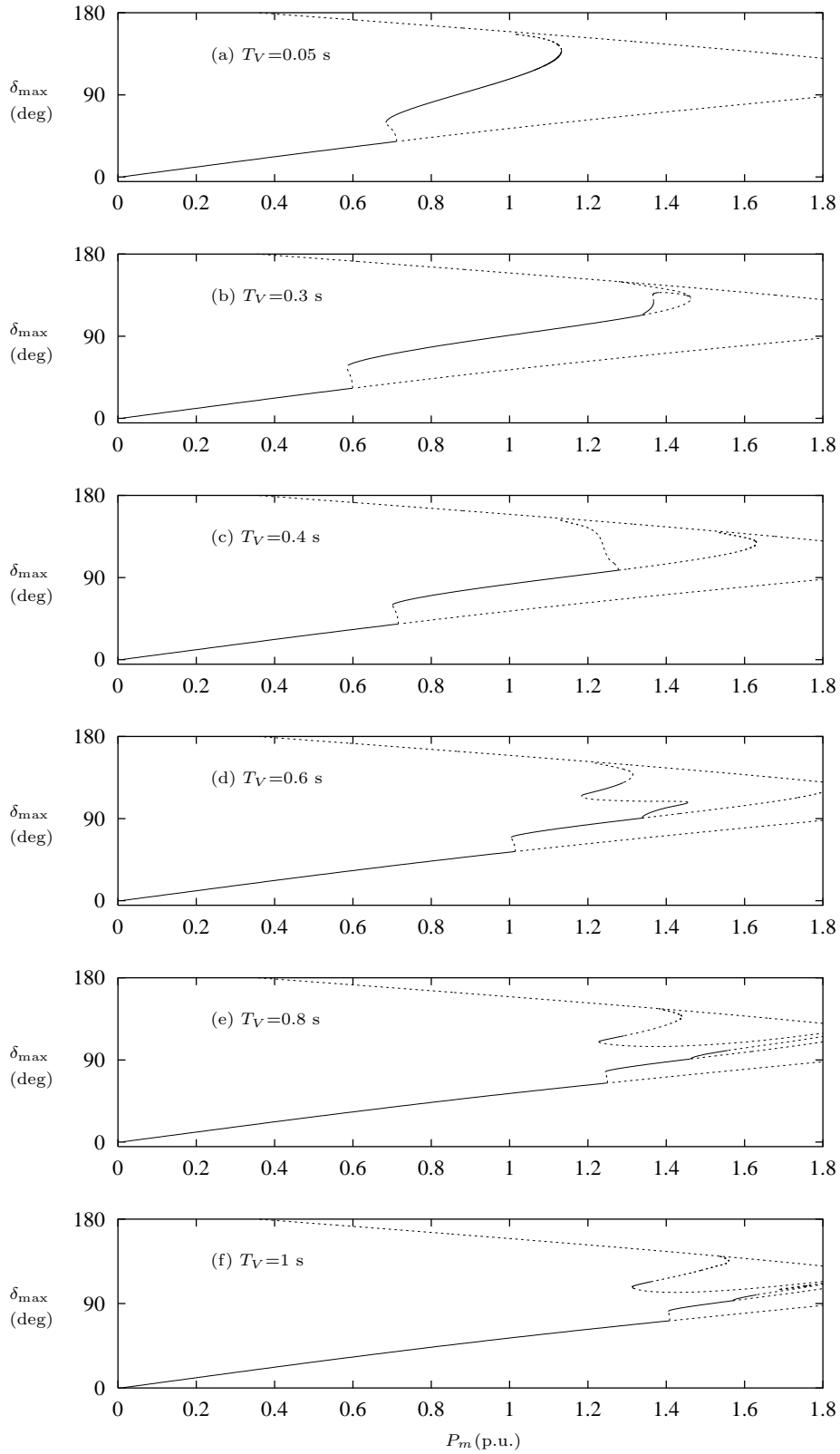


図4  $G_V = 108.7$  の場合の分岐図 (不安定平衡点, 不安定周期解を含む)  
 Fig. 4. Bifurcation diagrams for  $G_V=108.7$  indicating stable and unstable solutions

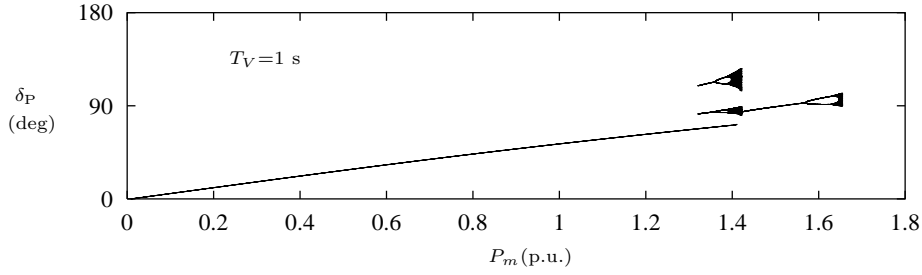


図5 安定解のみの分岐図 (図4(f) に対応)

Fig. 5. Bifurcation diagram indicating stable solutions

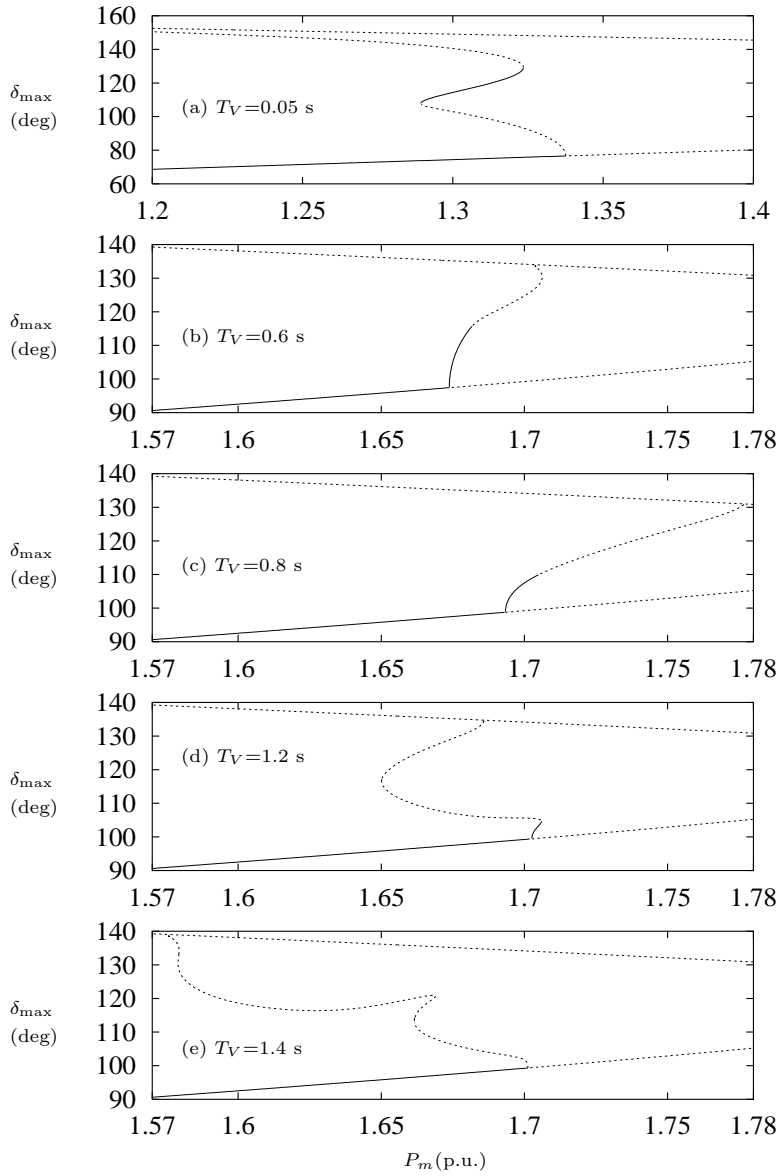


図6  $G_V = 10$  の場合の分岐図 (不安定平衡点, 不安定周期解を含む)

Fig. 6. Bifurcation diagrams for  $G_V=10$  indicating stable and unstable solutions