

過渡安定領域を左右する不安定周期軌道の算出

正員 喜多 敏博 (熊本大学)

Computation of Unstable Periodic Orbit Affecting Transient Stability

KITA Toshihiro, Member (Kumamoto University)

1. はじめに

従来の電力系統過渡安定領域の評価方法では注目されていなかった不安定周期軌道が安定領域を定める要素となり得る⁽¹⁾⁽²⁾ことが指摘され、その場合に過渡安定領域の評価を行う手法が提案されている⁽²⁾⁻⁽⁴⁾。

本論文では、安定領域を定める要素となる不安定周期軌道を求めるのに簡便で効果的な方法である挟叉軌道法について説明し、1次遅れモデルのAVRを考慮した一機無限大母線系統の解析に適用した時の計算結果例を示す。

2. 挟叉軌道法のアルゴリズム

2.1 アルゴリズムの概略 挟叉軌道法 (straddle orbit method)⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、複数のアトラクタの引力圏境界を定める要素である根元集合 (basic set) を求める方法で、これを電力系統の過渡安定度解析の文脈で考えると、安定領域境界上に存在する (鞍型) 不安定平衡点や不安定周期解を求めるのに用いることができる。

まず、初期条件として状態空間において2点を適当に選ぶ。1点は安定領域内に、もう1点は安定領域外に (脱調に至るように) に選ぶ。

この2点をそれぞれ出発点 (初期値) として、システムモデルの微分方程式を解いて過渡シミュレーションを行うと、一方は収束へ、もう一方は脱調へ向かうので (状態空間において) 互いに離れて行く。一定距離以上離れたら、この2点を2分法を用いて近づける。再度、これらを出発点としてシミュレーションを行う。

以上を繰り返すと、微分方程式の解は安定領域境界上に存在する不安定平衡点や不安定周期解に自然に近づいて行く。

挟叉軌道法のアルゴリズムを示すと、表1のようになる。(この疑似言語は行列やベクトル形式の変数を扱える言語である。)

なお、表1のプログラム中の変数宣言部で代入されている具体的な数値は単なる一例で、参考程度に過ぎない。

2.2 利点 挟叉軌道法のアルゴリズムを電力系統の過渡安定度解析に用いる場合の利点として、以

表1 疑似言語で記した挟叉軌道法のアルゴリズム

Table 1. Algorithm of straddle orbit method

```
Vector x; // 状態変数 (n 次元ベクトル)
Vector y; // 状態変数 (n 次元ベクトル)
Vector x_diverge = [0.5, 0.2, ....]; // 脱調する初期条件
Vector x_converge = [0.5, 0.0, ....]; // 収束する初期条件
Real distance;
Real threshold = 0.01;
Real long_time = 500.0;
Real short_time = 0.1;
Integer k;
Integer no_print = 0;

Real norm(); // 2乗和の平方根
Vector solve_system_ODE(x, time, p); // システムモデルの微分方程式を
// 初期条件 x の下で解いて、時間 time が経った後の状態を求める。
// p の値が 1 なら途中の解の時系列も出力する。
Boolean is_diverged(); // 脱調状態なら真

for(k=0; k<100; k++){
  distance= norm( x_diverge - x_converge );
  while( distance > threshold ){
    x = ( x_diverge + x_converge )/2;
    y = solve_system_ODE(x, long_time, no_print);
    if ( is_diverged(y) ){
      x_diverge = x;
    }else{
      x_converge = x;
    }
    distance= norm( x_diverge - x_converge );
  }
  x_diverge = solve_system_ODE( x_diverge, short_time, 1 );
  x_converge = solve_system_ODE( x_converge, short_time, 1 );
}
```

下のような点が挙げられる。

システムモデルのシミュレーションを行う部分 (表1中の solve_system_ODE()) は、プログラムの中にブラックボックス的に組み込むことができる。すなわち、ある状態変数の点を初期条件として一定時間経った後にどの点に移るかを計算できればよい。微分方程式が明示的に分からなくてもよいし、ヤコビ行列などの勾配の情報も不要である。一般の電力系統過渡安定度シミュレーションプログラムで、状態変数を初期条件として読み込めて計算結果の状態変数を出力できるものであれば、それを表1の solve_system_ODE() の中から外部プログラムとして呼び出して計算結果を返すようにすれば、安定領域境界上に存在する不安定平衡点や不安定周期解を簡単に求め

replacements
time (s)
 δ (deg)

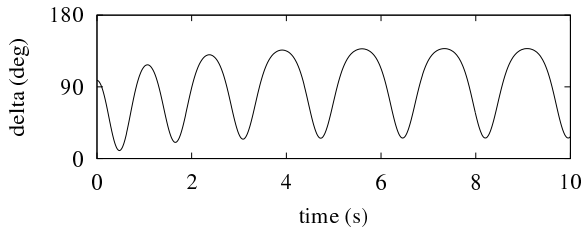


図1 挟叉軌道法による不安定周期解の算出

Fig. 1. Computation by straddle orbit method
 δ (deg)
 ω (p.u.)
 e'_q (p.u.)

ることが可能である。

また、最初に2点の初期点を選ぶが、その選び方には依存せずに不安定平衡点や不安定周期解を求めることができる。この2初期点の選び方に特に神経を使う必要は無い。

副次的効果として、挟叉軌道法のアルゴリズムの中で不安定平衡点や不安定周期解に達するまでの途中の計算結果は安定領域境界上を移動するので、挟叉軌道法の初期点を状態空間中で適当に散らばらせてそれぞれに対して挟叉軌道法を用いて計算すれば、状態空間中での安定領域も自然に求まることになる。

3. 計算結果例

1次遅れモデルのAVRを考慮した一機無限大母線系統⁽⁷⁾を対象として、安定領域境界上にある不安定周期解を挟叉軌道法を用いて計算した例を示す。システムモデルの状態変数は4次元である。ここで示す例は、文献(7)の図6(a) ($G_V = 10.0$, $T_V = 0.05$ (s))の $P_m = 1.31$ (p.u.)に対応するもので、安定平衡点、安定周期解(持続動揺)、脱調状態の3つの状態が定常状態としてあり得る条件の下で計算を行った。

図1の時系列は、挟叉軌道法の計算経過を示したもので、速やかに不安定周期解へ近づく様子が分かる。なお、アルゴリズムの原理上、一方は収束へ向かう解、もう一方は脱調へ向かう解の二種類の解が計算されるはずであるが、表1のプログラム中でのthresholdに相当する閾値を十分に小さな値にして計算したため、図1では、両者はほとんど重なって見える。言い替えば、ほぼ安定領域境界上を移動する解となっている。

この結果を $\delta - \omega - e'_q$ を軸とする3次元空間に描いたのが図2である。図2中で実線で示される結果が図1と同一の計算結果であり、持続動揺状態と脱調状態とを隔てる境界上にある不安定周期解が求められている。

また、破線で示されるのは、持続動揺状態と平衡状態とを隔てる境界上にある不安定周期解を求めた結果である。この場合は、表1のプログラム中でのis_diverged()の判定では、脱調したかどうかではなく、持続動揺状態に陥ったかどうかを判定して計算した。

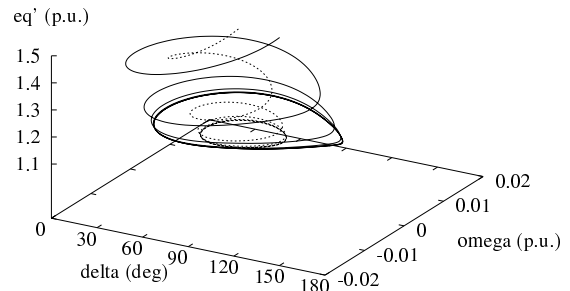


図2 求められた不安定周期解

Fig. 2. Computed unstable limit cycles

4. まとめ

本論文では、安定領域を定める要素となる不安定周期軌道を求めるのに挟叉軌道法を用いることについて説明し、1次遅れモデルのAVRを考慮した一機無限大母線系統に適用した例を示した。

挟叉軌道法により得られる不安定周期軌道は、2分法での計算の箇所での閾値(表1のプログラム中でのthreshold)の値を小さくすればするほど真の解に近づくので、そのまま安定度評価に利用することや、他の手法で計算された結果との比較評価対象として用いることができる。

文 献

- (1) C.D. Vournas, M.A. Pai and P.W. Sauer: "The Effect of Automatic Voltage Regulation on the Bifurcation Evolution in Power Systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.11, No.4, pp.1683-1688 (1996)
- (2) 川崎・苗・今村・三谷・辻: 「非線形動的システム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」電学論 B, **120-B**, 325~332 (2000)
- (3) 天野・熊野・井上・谷口: 「電力系統における振動現象のホップ分岐理論による安定性判別」電学論 B, **121-B**, 708~714 (2001)
- (4) 渡邊・三谷・辻: 「Hopf分岐理論に基づく電力系統安定領域の評価」電学論 B, **122-B**, 174~180 (2002)
- (5) P. M. Battelino, C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke and E. D. Yorke "Multiple Coexisting Attractors, Basin Boundaries and Basic Sets," *Physica D*, **32** 296~305, 1988
- (6) 喜多・浦田・宮内・檜山, 「挟叉軌道法による電力系統モデルの過渡安定領域算出とその可視化」電気学会電力系統技術研資, PE-01-42/PSE-01-36 (2001-10)
- (7) T.Kita: "Computation Results of Unstable Periodic Cycles on the Stable Region Boundary for Various AVR Characteristics," Proc. of Technical Committee of Power & Energy Society PE-03-86/PSE-03-97 (2003-9) (in Japanese)
喜多: 「AVR特性に対する安定領域境界上の不安定周期軌道の変化」電気学会電力系統技術研資, PE-03-86/PSE-03-97 (2003-9)